

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Описания лабораторных работ  
Учебной лаборатории физического эксперимента  
СПбГУ

Часть III

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Санкт-Петербург 2016

УДК 539.1  
ББК 22.36  
О61

*Печатается по постановлению  
Ученого совета физического факультета СПбГУ  
от 10 июня 2014 г.*

Рецензенты:

Дьяченко Наталия Владимировна, профессор, кафедра физики РГГМУ  
Цыганенко Наталья Михайловна, доцент, физический факультет СПбГУ

Ответственный редактор: Т.Н. Компаниец.

Авторы: И.С. Бобкова, Д.А. Лисаченко, Е.П. Зароченцева  
А.В. Бармасов, С.А. Кудря.

О61 **Описания лабораторных работ Учебной лаборатории физического эксперимента СПбГУ. Часть III: Молекулярная физика:** Учебное пособие. / И.С. Бобкова,, Д.А. Лисаченко, Е.П. Зароченцева, А.В. Бармасов, С.А. Кудря; Под ред. Т.Н. Компаниец; СПб.: Изд-во ВВМ, 2016.— 48 с.

ISBN 978-5-9651-0973-9

Пособие содержит описания пяти лабораторных работ по разделу «Молекулярная физика» курса общей физики и представляет собой существенно переработанное переиздание учебного пособия «Механика и молекулярная физика Ч. 3. / Под ред. В.Е. Холмогорова» (Л.: Изд-во ЛГУ, 1990.—45 с.). Каждая лабораторная работа рассчитана на 4 академических часа. В методическое пособие включены краткие теоретические введения по темам предлагаемых работ. В описание каждой работы входят следующие разделы: Физическое обоснование эксперимента, Описание установки, Порядок выполнения работы, Обработка результатов измерений, Требование к отчёту, Контрольные вопросы.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям: Биология, География, Геология, Химия, Лечебное дело, Гидрометеорология, Экология и природопользование, Картография и геоинформатика и т.д.

© И.С. Бобкова, Д.А. Лисаченко,  
Е.П. Зароченцева, А.В. Бармасов,  
С.А. Кудря, 2016

© Санкт-Петербургский  
государственный университет, 2016

ISBN 978-5-9651-0973-9

## СОДЕРЖАНИЕ

Тема: ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТВЁРДЫХ ТЕЛ .....	4
<i>Лабораторная работа 16</i> ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ МАТЕРИАЛОВ С НИЗКОЙ ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕЙ .....	7
Тема: ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ .....	12
<i>Лабораторная работа 17.1</i> ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА .....	16
<i>Лабораторная работа 17.2</i> ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПОПРАВКИ ЛАДЕНБУРГА .....	21
Тема: ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА ТВЁРДЫХ ТЕЛ .....	25
<i>Лабораторная работа 21</i> ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЛИНЕЙНОГО И ОБЪЁМНОГО РАСШИРЕНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ НАГРЕВАНИИ. . .	30
Тема: ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА .....	36
<i>Лабораторная работа 23</i> ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ГАЗА. РАСЧЁТ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ГАЗА. ....	39
Литература .....	47

## Тема: ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТВЁРДЫХ ТЕЛ

### Введение

В твёрдом теле, в отличие от жидкостей или газов, перенос тепла осуществляется только за счёт теплопроводности.

Количественно перенос тепла в любом веществе описывается уравнением теплопроводности. Если вдоль оси  $x$  существует градиент температуры  $dT/dx$ , то в направлении убывания температуры возникает поток тепла, величина которого определяется уравнением

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} S. \quad (1)$$

Здесь  $q$  – поток тепла через поверхность  $S$ , расположенную перпендикулярно оси  $x$ . Под потоком тепла подразумевается количество теплоты, проходящее через некоторую поверхность за единицу времени, т.е.  $q = dQ/dt$ ;  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества и называемый коэффициентом теплопроводности. Знак минус в уравнении отражает то обстоятельство, что тепло течет в направлении убывания температуры.

Из уравнения (1) видно, что коэффициент теплопроводности численно равен количеству тепла, перенесенному в единицу времени через единицу площади при градиенте температуры, равном единице. В системе СИ коэффициент  $\lambda$  измеряется в ваттах, деленных на метр и Кельвин.  $[\lambda] = \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ . Величина этого коэффициента для твёрдого тела не может быть вычислена так, как это делается для идеальных газов – достаточно простой системы, состоящей из невзаимодействующих частиц.

Приближенно коэффициент теплопроводности твёрдого тела можно вычислить с помощью квантовых представлений.

Механизм переноса тепла в твёрдом теле вытекает из характера тепловых движений в нем. Твёрдое тело представляет собой совокупность атомов, совершающих тепловые колебания. Если один из атомов колеблется с амплитудой, большей среднего значения, то он, будучи связан с соседями силой межатомного взаимодействия, будет действовать на них, вызывая рост амплитуды колебаний соседних атомов. Таким образом, энергия передается от одного узла решетки к другому. При этом образуется волна, которая переносит энергию колебаний. Именно распространением колебаний и осуществляется перенос тепла. Квантовая теория позволяет сопоставить распространяющимся колебаниям некоторые квазичастицы – фононы, перемещающиеся в твёрдом теле со скоростью звука. Каждая частица характеризуется энергией  $h\nu$ , где  $h$  – постоянная Планка, а  $\nu$  – частота колебаний атомов в узлах решетки.

Согласно теории теплопроводности Дебая, твёрдое тело можно представить как объём, заполненный свободно движущимся газом фононов. При не очень высоких температурах фононный газ можно рассматривать как идеальный. Как и в случае обычного газа, перенос тепла в фононном газе осуществляется столкновениями фононов с атомами решетки, и все рассуждения, которые приводились для вычисления теплопроводности идеальных газов, будут справедливы и здесь. Поэтому коэффициент теплопроводности твёрдого тела может быть выражен формулой, аналогичной формуле коэффициента теплопроводности для газов:

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho C l u_{\text{зв}}, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность твёрдого тела,  $C$  – его удельная теплоемкость,  $u_{\text{зв}}$  – скорость звука в нем,  $l$  – длина свободного пробега фононов. Вычислить последнюю величину, оказывается, достаточно сложно. Оценка показывает, что эта величина обратно пропорциональна абсолютной температуре тела.

В металлах, помимо колебаний решетки, в переносе тепла участвуют и заряженные частицы – электроны, которые вместе в тем являются и носителями электрического тока в металлах. При высоких

температурах электронная часть теплопроводности много больше решеточной. Этим объясняется высокая теплопроводность металлов по сравнению с неметаллами, в которых фононы – единственные переносчики тепла.

При более низких температурах (но не самых низких) в металлах начинает преобладать решеточная теплопроводность, так как она растет с понижением температуры, а электронная от температуры не зависит. При самых низких температурах электронная часть теплопроводности вновь начинает преобладать.

## Лабораторная работа 16

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ МАТЕРИАЛОВ С НИЗКОЙ ТЕПЛОПЕРЕДАЧЕЙ

Прежде чем приступить к работе, необходимо ознакомиться с введением по теме: «Теплопроводность твёрдых тел».

**Цель работы:** определить коэффициент теплопроводности материала, из которого изготовлена исследуемая пластинка.

### Физическое обоснование эксперимента и описание установки

Для проведения эксперимента используется установка, изображенная на рис. 16.1. Толстый латунный диск **А** подвешен горизонтально на трёх нитях, прикрепленных к кольцу, закрепленному на двух стойках. На диск **А** кладут исследуемую пластинку (эбонитовую или пластмассовую) **В** и поверх неё ставят цилиндрическую латунную коробку **С** с толстым дном. В диске **А** и в дне коробки **С** имеются боковые отверстия, в которые могут быть вставлены датчики измерителей температуры диска и дна коробки.

В данной работе для измерения температуры используется полупроводниковый датчик с электронным цифровым измерителем, либо два терморезистора, которые через переключатель соединены с цифровым прибором В7–38, включённом в режиме измерения их сопротивления. В случае использо-

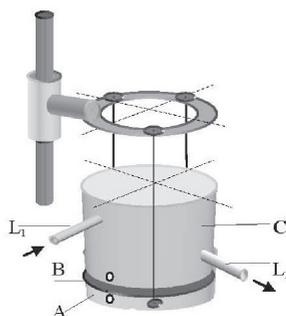


Рис. 16.1

вания терморезисторов искомые температуры определяются из градуировочных графиков зависимости сопротивления терморезисторов от температуры.

Через патрубок  $L_1$  внутрь коробки подается пар от колбы с кипящей водой. Пар нагревает коробку  $C$  и вместе с образующимся конденсатом удаляется через патрубок  $L_2$ . Вследствие этого между верхней и нижней поверхностями исследуемой пластинки создается разность температур, и через неё в направлении сверху вниз переносится поток тепла.

Через некоторое время после начала нагревания в системе устанавливается стационарное состояние, при котором температура  $T_1$  верхней латунной коробки и температура  $T_2$  нижнего латунного диска остаются постоянными во времени. Так как исследуемая пластинка однородна, градиент температуры можно определить как

$$(T_1 - T_2) / x,$$

где  $x$  – толщина пластинки. Тогда уравнение (1) введения можно переписать в виде

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \frac{T_1 - T_2}{x} S = -\lambda \frac{T_1 - T_2}{x} \cdot \frac{\pi d^2}{4}, \quad (16.1)$$

где  $dQ/dt$  – поток тепла, который переносится через исследуемую пластинку,  $S$  и  $x$  – соответственно площадь и толщина этой пластинки,  $d$  – её диаметр, равный диаметру диска  $A$ .

В соответствии с этим уравнением для определения коэффициента теплопроводности необходимо измерить  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $x$ ,  $d$  и определить поток тепла. Диаметр и толщину пластинки измеряют штангенциркулем. Температуру определяют с использованием терморезисторов или полупроводникового датчика.

Для определения количества тепла, переносимого через исследуемую пластинку в единицу времени, необходимо провести дополнительные измерения.

При установившемся в системе стационарном режиме температура нижнего диска остается постоянной. Это означает, что количество теплоты, излучаемое с открытых поверхностей этого диска в единицу времени, равно потоку теплоты, подводимому к нему через исследуемую пластинку. Следовательно, для определения искомого потока теплоты достаточно определить количество теплоты, излучаемое с

открытых поверхностей диска **A** за единицу времени при температуре  $T_2$ . Это количество теплоты можно вычислить, если знать скорость изменения температуры этого диска при его остывании в области температур вблизи  $T_2$ .

Если с диска **A** снять пластинку **B** и коробку **C**, то тепло будет отводиться не только через нижнюю и боковую его поверхности, но и через верхнюю. Благодаря конвекции через верхнюю поверхность тепло уносится более эффективно, чем через другие. Чтобы условия охлаждения не изменились после того, как с диска **A** снимаются коробка **C** и пластинка **B**, на диск помещается пенопластовый цилиндр, обладающий очень низкой теплопроводностью. Затем измеряется температура диска в зависимости от времени охлаждения.

Прежде чем исследовать эту зависимость, необходимо предварительно нагреть диск с помощью коробки с паром до температуры несколько выше температуры  $T_2$ . Затем измеряется температура диска при остывании в зависимости от времени  $T = f(t)$  (рис. 16.2).

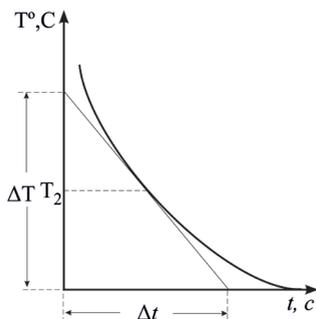


Рис. 16.2

Зависимость эта не является линейной, и скорость остывания  $n = dT / dt$  в каждой точке графика различна. Скорость остывания при температуре  $T_2$  можно определить как тангенс угла наклона касательной к полученному графику в точке, соответствующей температуре  $T_2$ :  $n = \Delta T / \Delta t$  (рис. 16.2). Тепло, отданное телом при изменении его температуры на  $dT$ , равно  $dQ = mC dT$ , где  $m$  — масса диска,  $C$  — удельная теплоемкость латуни, из которой он сделан ( $C = 286 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ). Тогда в единицу времени диск теряет за счёт излучения количество теплоты

$$\frac{dQ}{dt} = mC \frac{dT}{dt} = mCn. \quad (16.2)$$

При условии, что скорость остывания измерена при температуре  $T_2$ , можно приравнять правые части уравнений (16.2) и (16.1):

$$mCn = \lambda \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{T_1 - T_2}{x}.$$

Тогда

$$\lambda = \frac{4mCnx}{(T_1 - T_2)\pi d^2}. \quad (16.3)$$

### Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений

1. Проверить уровнем горизонтальность подвешенного диска А.
2. На диск положить исследуемую пластинку. Опустить коробку С с присоединенным паропроводом.
3. Включить кипятильник в сеть, предварительно убедившись в наличии в колбе воды.
4. Прогреть всю систему, пропуская пар через цилиндрическую латунную коробку С, следя за тем, чтобы в паропроводе не обрывались водяные пробки.
5. Нагреть всю систему до тех пор, пока температуры цилиндрической коробки  $T_1$  и диска  $T_2$  не перестанут изменяться. Записать эти температуры. Их определяют либо по показаниям цифрового термометра, либо по измеренным сопротивлениям полупроводниковых терморезисторов, находящихся в цилиндрических углублениях коробки и диска.
6. Удалить исследуемую пластинку, поставить латунную коробку С непосредственно на нижний диск и нагреть его до температуры на 8 – 10 градусов выше температуры  $T_2$ .
7. Снять нагреватель, накрыть диск пенопластовым цилиндром и следить за остыванием диска, записывая его температуру через каждые полминуты до тех пор, пока диск не охладится на 8 – 10 градусов ниже температуры  $T_2$ .
8. Построить кривую охлаждения (см. рис. 16.2) и, пользуясь ею, определить скорость охлаждения диска  $n$  при температуре, приблизительно равной  $T_2$ .

9. Измерить диаметр и толщину исследуемой пластинки. Масса латунного диска указана на установке.
10. Рассчитать коэффициент теплопроводности исследуемого материала по формуле (16.3) и его погрешность по формуле:

$$\Delta\lambda = \lambda \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 + \left[\frac{\Delta(T_1 - T_2)}{(T_1 - T_2)}\right]^2}. \quad (16.4)$$

### Содержание отчёта

1. Температуры цилиндрической коробки  $T_1$  и диска  $T_2$  при наличии установившегося постоянного теплового потока, идущего от коробки к диску через исследуемую пластинку.
2. Таблица зависимости температуры латунного диска от времени при его остывании от температуры  $(T_2 + 10)^\circ\text{C}$  до температуры  $(T_2 - 10)^\circ\text{C}$  через 30 секунд.
3. График этой зависимости, по которому необходимо определить скорость охлаждения  $n$  как тангенс угла наклона касательной к кривой охлаждения при температуре  $T_2$ .
4. Измеренные диаметр и толщина исследуемой пластинки, а также масса латунного диска и значение удельной теплоёмкости латуни.
5. Расчёт коэффициента теплопроводности для исследуемого материала по формуле (16.3) и расчёт погрешности этого коэффициента по формуле (16.4).
6. Окончательный результат проведённого эксперимента в системе СИ и его погрешность  $(\lambda \pm \Delta\lambda)$ .

### Контрольные вопросы

- ? Чем отличается механизм теплопереноса в твёрдых телах и газах?
- ? Чем отличается теплопроводность изоляторов от теплопроводности металлов?
- ? Что можно сказать о потоках тепла, когда температура нижнего диска остается постоянной?
- ? С какой целью в работе предлагается определить скорость остывания пластины?

## Тема: ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

### Введение

Если твёрдое тело находится внутри жидкости или газа, то вся его поверхность всё время соприкасается с частицами жидкости или газа. При движении тела на него со стороны жидкости или газа действуют силы, препятствующие движению. Эти силы называют сопротивлением среды. Как и силы трения, сопротивление среды всегда направлено против движения. Сопротивление среды можно рассматривать как один из видов сил трения. Особенностью сил трения в жидкости или газе является отсутствие трения покоя. Твёрдое тело, лежащее на другом твёрдом теле, может быть сдвинуто с места, только если к нему приложена достаточно большая сила, превосходящая наибольшую силу трения покоя. Картина получается иной, если тело находится в жидкости. В этом случае, чтобы сдвинуть с места тело, достаточно сколь угодно малых сил: хотя и очень медленно, но тело начнёт двигаться.

Если бы жидкость была лишена трения (трение в жидкости называют вязкостью), обусловленного взаимодействием частиц жидкости, линии тока огибали бы предмет максимально симметрично и плавно продолжались бы позади него. Все слои жидкости двигались бы с одинаковой скоростью, равной общей скорости, если не принимать во внимание некоторое повышение скорости около предмета, компенсирующее изменение сечения потока. Однако во всех реальных жидкостях существует внутреннее трение. Именно наличие у жидкости внутреннего трения изменяет картину линий тока и распределение скоростей в потоке. В очень медленно движущемся потоке линии

тока плавно изгибаются вокруг предмета; в очень быстром потоке позади предмета они образуют сложный шлейф из вихрей.

Различают два вида движения вязкой жидкости – ламинарное и турбулентное. При ламинарном течении воображаемые слои жидкости как бы скользят относительно друг друга, не перемешиваясь. При турбулентном движении в жидкости образуются завихрения, где направление и величина вектора скорости, а также некоторые другие характеристики среды хаотически изменяются во времени и пространстве.

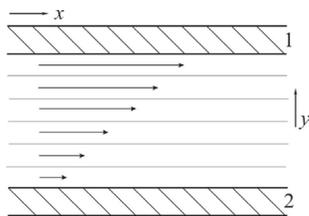


Рис. 1 Ламинарное плоское течение жидкости

Рассмотрим ламинарное течение жидкости, находящейся между двумя большими (чтобы исключить влияние краев) пластинами (рис. 1), одна из которых 2 неподвижна, а другая 1 движется в направлении  $X$  со скоростью  $u$ . Будем считать, что ни с чем, кроме пластин, жидкость не взаимодействует. Представим жидкость состоящей из большого числа тонких параллельных слоёв площадью  $S$ . Пластина 1 при движении увлекает прилегающий слой, который, в свою очередь, увлекает за собой следующий слой и т.д. (см. рис. 1). Слои, непосредственно касающиеся пластин, движутся с их скоростями, а между ними – скорость жидкости линейно меняется от 0 до  $u$ . Величина  $du/dy$  показывает, как меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении, перпендикулярном движению.

Силы трения, возникающие в жидкостях и газах, называются силами вязкого трения. Опыт показывает, что **сила вязкого трения** зависит от скорости, причём эта зависимость обладает следующими свойствами: а) при  $du/dy=0$  сила равна нулю; б) сила всегда направлена против скорости; в) сила плавно (при небольших скоростях – практически линейно) растёт со скоростью. Эти экспериментальные зависимости описываются формулой Ньютона для силы трения между слоями жидкости или газа:

$$F = \eta S \frac{du}{dy}, \quad (1)$$

где  $S$  – площадь слоев,  $\eta$  – коэффициент, который обычно называют **коэффициентом вязкости, динамической вязкостью** или просто вязкостью. Вязкость численно равна силе внутреннего трения, действующей на единицу площади параллельно движущимся слоям жидкости или газа, при единичном градиенте скорости, перпендикулярном к границе слоёв.

Если жидкость течёт не между пластинами, а по цилиндрической трубке, трение возникает у её стенок, и в этом случае скорость максимальна вдоль оси трубки  $OO_1$ , а непосредственно у стенки скорость течения жидкости равна нулю (рис. 2).

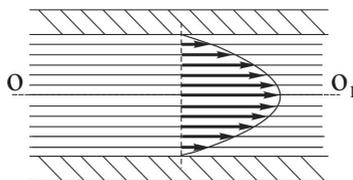


Рис. 2 Ламинарное течение жидкости в трубке

Параметром, определяющим характер движения жидкости (ламинарное или турбулентное), является безразмерное число Рейнольдса. Это число приблизительно равно отношению кинетической энергии единицы объёма жидкости к величине работы силы вязкого трения. При течении жидкости в трубке можно оценить его как  $Re = \rho ul / \eta$ , где  $\rho$  – плотность жидкости,  $u$  – средняя (по сечению трубы) скорость потока,  $l$  – диаметр трубки. При движении шарика в жидкости для оценок  $Re$  можно заменить  $l$  на диаметр шарика.

При малой скорости, т.е. при малом числе Рейнольдса, течение любой жидкости будет ламинарным. Если скорость возрастает и достигает критического значения (соответствующее критическое значение числа  $Re_{кр} \approx 1200$ ), то ламинарное течение сменяется турбулентным.

Обратим внимание на то, что число Рейнольдса зависит от отношения вязкости жидкости к её плотности. Это отношение играет существенную роль, так как кинетическая энергия жидкости пропорциональна плотности, а работа сил вязкости – коэффициенту вязкости.

Поэтому относительное влияние сил вязкости определяется величиной  $\nu = \eta/\rho$ , которая называется кинематической вязкостью. В системе СИ единицей кинематической вязкости является  $\text{м}^2/\text{с}$ . Число Рейнольдса можно записать в виде  $\text{Re} = \frac{ul}{\nu}$ .

Вязкость жидкости обусловлена силами **межмолекулярного взаимодействия**. Молекулы двух слоёв взаимно притягиваются, и движущийся слой увлекает за собой соседний, который, в свою очередь, тормозится следующим, неподвижным слоем. Подтверждением такой природы сил вязкости является зависимость вязкости от температуры. С повышением температуры увеличиваются равновесные межмолекулярные расстояния, а взаимодействие между молекулами и, следовательно, вязкость жидкости уменьшаются. Например, для касторового масла при увеличении температуры с 18 до 40 °С коэффициент вязкости уменьшается в четыре раза.

Температурная зависимость вязкости особенно заметна в аморфных телах, где изменение может достигать многих порядков, а граница между твёрдым и жидким состоянием условна. Сильно меняется вязкость машинных масел, что затрудняет пуск двигателя зимой. Без плавного, но значительного изменения вязкости стекла было бы невозможно стеклодувное производство.

Однако при рассмотрении газа межмолекулярным взаимодействием (существенным в жидкости) обычно пренебрегают (расстояния между молекулами велики), считая, что молекулы взаимодействуют только в момент столкновения. Частота столкновений определяется скоростью теплового движения, которая растёт с увеличением температуры. Поэтому и вязкость газа с увеличением температуры возрастает – в противоположность жидкости.

В предлагаемых лабораторных работах маленькие шарики падают в масле, и число  $\text{Re}$  составляет приблизительно  $10^{-3}$  (ламинарное движение). В случае падения тех же шариков в воде  $\text{Re} \approx 10^3$ , и движение воды уже близко к турбулентному.

Единица динамической вязкости в системе СИ –  $\text{Па} \cdot \text{с}$ . Часто для измерения вязкости используется единица пуаз (Пз). Ниже приведена связь между этими единицами:

$$1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot \text{с} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2} \cdot \text{с} = 1 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} = 1 \frac{1000 \text{ г}}{100 \text{ см} \cdot \text{с}} = 10 \frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{с}} = 10 \text{ Пз}.$$

## Лабораторная работа №17.1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Прежде чем приступить к работе, необходимо ознакомиться с введением по теме: «Движение вязкой жидкости».

**Цель работы:** определить коэффициент динамической вязкости масла при температуре окружающей среды.

#### Физическое обоснование эксперимента

На тело, движущееся в жидкости или газе, действует сила сопротивления среды, обусловленная силами внутреннего трения. При небольших скоростях движения и небольших размерах тела, т. е. при небольших значениях числа Рейнольдса –  $Re$ , сила сопротивления среды пропорциональна динамической вязкости  $\eta$ , скорости движения тела  $u$  и линейным размерам тела  $l$ .

Согласно закону, установленному Стоксом, для шара, движущегося в жидкости:

$$F = 6\pi\eta ru, \quad (17.1)$$

где  $r$  – радиус шара.

Рассмотрим случай падения маленького шарика в жидкости под действием собственного веса. На шарик в этом случае действуют три силы:

а) сила тяжести  $P = \rho_1 V g = \rho_1 (4/3)\pi r^3 g$ , где  $\rho_1$  – плотность шарика,  $r$  – его радиус,  $g$  – ускорение свободного падения,  $V$  – объём шарика;

б) сила Архимеда, направленная вертикально вверх и равная  $F_A = \rho (4/3)\pi r^3 g$ , где  $\rho$  – плотность жидкости;

в) сила вязкого трения (Стокса)  $F = 6\pi\eta ru$ , направленная в сторону, противоположную направлению движения шарика.

Первые две силы постоянны, третья сила пропорциональна скорости  $u$ , поэтому сначала шарик движется равноускоренно. По достижении шариком некоторой скорости  $u_0$  выталкивающая сила и сила сопротивления в сумме уравновешивают силу тяжести, и, следовательно, дальше шарик движется без ускорения. В этом случае имеет место равенство  $P - F_A = F$ . Подставляя сюда выражения для всех трёх сил, получаем:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_1 - \rho) = 6\pi\eta ru_0. \quad (17.2)$$

Определив скорость как отношение пройденного пути  $l$  к времени  $t$ , заменив радиус  $r$  на диаметр  $d$  и решая уравнение относительно  $\eta$ , находим

$$\eta = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho_1 - \rho}{u_0} = \frac{1}{18}gd^2 \frac{\rho_1 - \rho}{u_0} = \frac{1}{18}g \frac{\rho_1 - \rho}{l} d^2 t. \quad (17.3)$$

Формула (17.3) справедлива для случая движения шарика в безграничной жидкости. В реальном случае, когда шарик падает вдоль оси цилиндрического сосуда радиуса  $R$ , учёт влияния стенок сосуда приводит к изменению выражения для силы Стокса (так называемая поправка Ладенбурга),  $F = 6\pi\eta ru \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)$ , и, как следствие, к выражению для коэффициента вязкости жидкости:

$$\eta = \frac{1}{18} \frac{g(\rho_1 - \rho)}{l \left(1 + 2,4 \frac{d}{D}\right)} d^2 t, \quad (17.4)$$

где  $D$  – внутренний диаметр сосуда, который обычно много больше диаметра шарика.

### Описание экспериментальной установки

Установка состоит из стеклянного цилиндрического сосуда, в который налито исследуемое масло (рис 17.1). В масло бросают шарик. Для определения скорости падения шарика измеряется время, за которое шарик проходит расстояние между двумя нитями (1 и 2), закреп-

плёнными горизонтально с внешней стороны цилиндра. В верхней части сосуда скорость шарика ещё не стабилизировалась, а в нижней части она может слегка изменяться из-за близости дна. При включении и выключении секундомера глаз наблюдателя следует располагать соответственно в плоскости верхней или нижней нити (для уменьшения ошибок на параллакс).

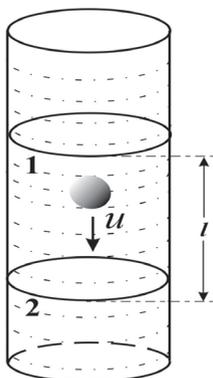


Рис. 17.1

Плотность исследуемого масла и радиус сосуда указаны на установке. Плотность материала шариков  $\rho_1 = (2,72 \pm 0,01) \text{ г/см}^3$ . Ускорение свободного падения  $g = 9,819 \text{ м/с}^2$  на широте Санкт-Петербурга.

### **Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений**

Записать температуру в лаборатории и считать, что масло имеет ту же температуру. Повторно измерить температуру по завершении работы. Отобрать наиболее сферические шарики. Для этого их высыпают на плоское стекло и выбирают те, которые хорошо катаются по стеклу. Проверить и при необходимости подровнять нити на сосуде. Записать внутренний радиус сосуда  $R$  и плотность масла  $\rho$ .

При помощи микрометра измерить диаметр шарика.

1. Опустить шарик в сосуд (ближе к оси сосуда).
2. Измерить время прохождения шарика между нитями.
3. Повторить измерения не менее чем для 10 шариков, по возможности разных размеров.

4. Измерить расстояние  $l$  между нитями.

По ходу измерений рекомендуется строить черновой график зависимости времени  $t$  от диаметра шарика  $d$  (рис. 17.2) (начинать построение графика следует после трёх-четырёх опытов, когда станут примерно понятны типичные диаметры и времена). Это поможет:

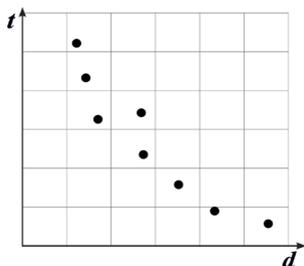


Рис. 17.2. Контроль качества результатов измерений: точки ложатся на плавную кривую  $d^2 t = \text{const}$

а) выявить промахи и грубые ошибки в ходе измерений: кривая  $t(d)$  должна быть плавной и, как следует из (17.4), убывать примерно по закону  $d^2 t = \text{const}$ , или  $t = \text{const} / d^2$  (самый частый промах – неправильное снятие показаний микрометра);

б) оценить до начала расчётов разброс результатов относительно кривой и, возможно, исключить некоторые точки, сочтя их промахами.

Рассчитать коэффициент вязкости  $\eta_i$  ( $i$  – номер измерения) по результатам каждого измерения. Совокупность всех полученных результатов обработать по алгоритму прямых измерений. Результаты измерений и вычислений представить в виде таблицы.

№	$d$ , мм	$t$ , с	$\eta_i$ , Пз	$\eta_i - \bar{\eta}$	$(\eta_i - \bar{\eta})^2$
1					
2					

Заметим, что для разных шариков меняется только значение  $d^2 t$ , тогда как выражение  $\frac{1}{18} \cdot \frac{g(\rho_1 - \rho)}{l}$  можно вычислить один раз. Выражение  $\left(1 + 2,4 \frac{d}{D}\right)$  мало отличается от 1, и если все шарики близки по

диаметру, то можно вычислить его один раз для среднего шарика.

### **Анализ и расчёт погрешности**

Погрешность в окончательный результат вносят:

- а) Погрешности величин, общих для всех опытов:  $D$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $g$ ,  $l$ .
- б) Погрешности измерения  $d$  (микрометром) и  $t$  (секундомером).
- в) Разброс значений  $\eta$ , полученных для нескольких шариков.

Сюда неявно входят многие факторы: несферичность шариков, загрязнённость шариков и масла, удаление от центра сосуда, ошибки снятия показаний приборов.

Рассчитать доверительные границы случайной погрешности  $\Delta\eta$  по алгоритму прямых измерений.

Рассчитать систематическую погрешность. Перед расчётом имеет смысл сравнить погрешности всех величин и отбросить заведомо несущественные, чтобы избежать бессмысленных выкладок и снизить вероятность арифметических ошибок. Погрешности  $D$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho$  и  $g$  относительно невелики, и обычно их можно не учитывать (этот вывод следует проверить). Относительная погрешность  $d$  обычно больше, а самая большая относительная погрешность – у величины  $l$ .

После этого рассчитать окончательную погрешность:

$$\Delta\eta = \sqrt{(\Delta\eta_{\text{прибор.}})^2 + (\Delta\eta_{\text{случ.}})^2}.$$

### **Содержание отчёта**

1. График зависимости времени падения шарика от его диаметра.
2. Таблица данных измерений и вычислений вязкости для каждого шарика.
3. Расчёт среднего значения вязкости жидкости и его доверительной границы по алгоритму прямых измерений.
4. Анализ источников погрешностей, выбор тех из них, которые необходимо учесть, и расчёт систематической погрешности;
5. Расчёт окончательного значения погрешности.
6. Записать окончательный результат с погрешностью в системе СИ. (Указать температуру, которой соответствует полученный результат).

## Лабораторная работа №17.2

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПОПРАВКИ ЛАДЕНБУРГА

Прежде чем приступать к работе, необходимо ознакомиться с введением по теме: «Движение вязкой жидкости» и с содержанием лабораторной работы №17.1.

**Цель работы:** определить коэффициент динамической вязкости масла при температуре окружающей среды и численный коэффициент поправки Ладенбурга.

#### Физическое обоснование эксперимента

В реальных опытах шарик движется не в безграничной жидкости, а внутри сосуда, ограниченного стенками. Наличие стенок будет влиять на величину силы вязкого трения. Если шарик движется вдоль оси цилиндрического сосуда радиуса  $R$ , то учёт влияния стенок сосуда приводит к изменению выражения для силы Стокса:

$$F = 6\pi\eta ru \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right) \quad (17.5)$$

и, как следствие, к выражению для коэффициента вязкости жидкости.

Выражение в скобках является поправкой Ладенбурга и дается без вывода. Приведём лишь качественные соображения: поправка должна зависеть от диаметров шарика и сосуда  $d$  и  $D$ . Разумно предположить, что эти величины входят в виде отношения  $d/D$ , то есть

$F = 6\pi\eta ru \cdot f\left(\frac{d}{D}\right)$ . При малых  $\frac{d}{D} \ll 1$  можно разложить эту функцию в степенной ряд и ограничиться первым членом разложения.

$$f\left(\frac{d}{D}\right) = 1 + \alpha \frac{d}{D}, \quad (17.6)$$

где  $\alpha$  – некоторый коэффициент, который находится опытным путём. Если же величина  $\frac{d}{D}$  не мала (шарик в очень тонкой трубке), то выражение (17.6) становится неприменимым.

Одной из задач данной работы является экспериментальное определение коэффициента  $\alpha$ .

### Описание экспериментальной установки

На одной из установок закреплены стеклянные трубки разных диаметров (диаметры указаны на трубках или измеряются штангенциркулем). Трубки закреплены с краю сосуда и не мешают проводить обычные измерения (работа 17.1). На движение шариков в цилиндре большого диаметра вставленные трубки заметного влияния не оказывают, т.к. их диаметры существенно меньше диаметра цилиндра. Такая конструкция лучше, чем отдельные сосуды разного диаметра, так как гарантирует одинаковость свойств жидкости и стабильность её температуры в ходе опыта.

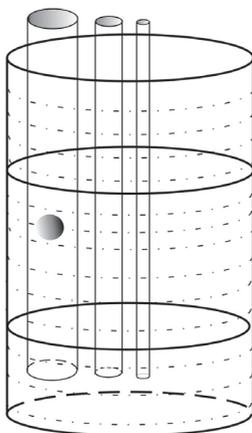


Рис. 17.2.1

Поскольку поправка Ладенбурга содержит отношение  $d/D$ , а шарик имеет разные диаметры, то для её проверки может хватить и одной трубки небольшого диаметра. Тем не менее необходимо сначала исследовать падение шариков в широком сосуде, где поправка Ладенбурга минимальна.

## Порядок выполнения работы

1. Исследовать падение нескольких шариков (не менее 10-15) в большом сосуде, а также в трубках. При этом желателен вы- бирать шарики, заметно различающиеся по диаметру (обычно в пределах от 0,6 до 1,3 мм) и бросать их возможно ближе к оси сосуда и трубок.
2. Построить на одном графике зависимости  $t$  как функцию от  $d$  для сосуда и для всех трубок, для которых проводились измере- ния.
3. Проверить, образуют ли точки плавные кривые. Заметны ли из- менения положения кривых в зависимости от диаметра трубок. Убедиться, что кривые, полученные для разных трубок, мож- но уверенно различить. Если обнаружится, что разброс точек большой и зависимость от диаметра трубок нельзя выявить, то исследование поправки Ладенбурга невозможно (обсудите это с преподавателем в ходе работы).
4. Построить экспериментальные графики  $y = d^2 t$  от  $x = d/D$  для большого сосуда и трубок. Как следует из (17.4), зависимости  $y(x)$  должны иметь вид прямых линий, пересекающихся в точ- ке  $d=0$ :

$$d^2 t = \eta \left( 1 + \alpha \frac{d}{D} \right) \frac{18l}{g(\rho_1 - \rho)} = A\eta \left( 1 + \alpha \frac{d}{D} \right), \quad (17.7)$$

то есть

$$y = A\eta(1 + \alpha x) = A\eta + A\eta\alpha x, \quad (17.8)$$

где величина  $A = \frac{18l}{g(\rho_1 - \rho)}$  в данном эксперименте является константой.

Точки пересечения прямых с осью ординат есть  $y_0 = A\eta$ , откуда мы и находим вязкость  $\eta = y_0/A$ . Наклон прямой равен  $a = A\eta\alpha$  и по- зволяет найти  $\alpha = \frac{a}{A\eta} = \frac{a}{y_0}$ . Если по экспериментальным точкам мож- но построить близкие к линейным зависимости, то дальнейшую об- работку результатов следует провести по МНК.

## Содержание отчёта

1. Графики зависимости времени падения шарика от его диаметра – на одном рисунке для всех трубок, для которых проводились измерения.
2. Таблица данных измерений.
3. Графики  $d^2t$  от  $d/D$  для всех трубок. Расчёт по МНК для (17.8) и определение величин  $\eta$  и  $\alpha$ .
4. Оценка погрешностей, исходя из реальных результатов.

## Контрольные вопросы к работам 17.1 и 17.2

- ? Что такое ламинарное и турбулентное движение жидкости?
- ? В чём физический смысл числа Рейнольдса?
- ? Какова природа сил внутреннего трения в жидкости?
- ? Что такое динамический и кинематический коэффициенты внутреннего трения?
- ? Какой метод определения динамического коэффициента внутреннего трения использован в данной работе?



При повышении температуры увеличивается полная энергия частицы, и соответственно возрастает амплитуда колебаний. В момент прохождения частицей положения равновесия её кинетическая энергия принимает максимальное значение, пусть это значение равно  $W$ . Потенциальная энергия частицы в этот момент равна  $-U_0$  (рис.1). За нулевое значение потенциальной энергии частицы примем энергию при бесконечно большом расстоянии между частицами ( $r \rightarrow \infty$ ). При движении частицы 2 в сторону сближения с частицей 1 кинетическая энергия расходуется на преодоление сил отталкивания и переходит в потенциальную энергию взаимодействия. Потенциальная энергия увеличивается на  $\Delta U = W$  и становится равной  $-(U_0 - \Delta U)$ . При этом частица смещается относительно положения равновесия на расстояние  $\Delta r_1$ . При движении частицы 2 в другую сторону её кинетическая энергия будет расходоваться на преодоление сил притяжения и также превращаться в потенциальную. При этом оказывается, что частица 2 смещается вправо на расстояние  $\Delta r_2$ , большее, чем  $\Delta r_1$ , как видно из рисунка. Таким образом, колебания частиц в решетке являются ангармоничными. Эта ангармоничность связана с асимметрией потенциальной кривой относительно прямой  $bd$  (её левая ветвь  $ab$  идёт значительно круче, чем правая ветвь  $bc$ ). В свою очередь, асимметрия потенциальной кривой связана с тем, что силы притяжения и отталкивания по разному зависят от расстояния между частицами.

Если бы частица 2 совершала чисто гармонические колебания, изменение её потенциальной энергии описывалось бы при этом параболой  $a_1bc_1$ , и отклонения от положения равновесия  $OA_1$  и  $OB_1$  были бы равны. В этом случае нагревание не могло бы вызвать расширения тела, так как с увеличением температуры возрастала бы только амплитуда колебаний, а средние положения частиц оставались бы неизменными.

В реальном случае в результате асимметрии потенциальной кривой среднее положение частицы при  $T > 0K$  (точка  $O_1$  на рис. 1) уже не совпадает с положением равновесия  $O$ , а смещена вправо на расстояние  $\Delta = (\Delta r_2 - \Delta r_1)$ . Это означает увеличение среднего расстояния между частицами на величину  $\Delta$ . Чем выше температура, тем величина  $\Delta$  больше, и, следовательно, тело будет расширяться.

Количественно тепловое расширение твёрдых тел характеризуется коэффициентом линейного расширения  $\alpha$ , определяемым соотношением

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \left( \frac{dl}{dT} \right), \quad (1)$$

где  $l_0$  — длина тела при начальной температуре. Коэффициент линейного расширения характеризует относительное изменение длины твёрдых тел при изменении их температуры на один градус.

Коэффициент линейного расширения можно оценить в рамках простейшей модели. Разложим потенциальную энергию  $U(r)$  при малом смещении от положения равновесия ( $\Delta r = r - r_0$ ) в ряд с точностью до величин третьего порядка малости.

$$U(r) = U(r_0) + c(\Delta r)^2 / 2 - g(\Delta r)^3 / 3.$$

Сила, действующая на частицу 2 при её движении вблизи положения равновесия вдоль оси  $r$ ; будет:

$$F = -dU/dr = -c\Delta r + g(\Delta r)^2.$$

В первом приближении сила равна  $-c\Delta r$ . Это квазиупругая сила, под действием которой тело совершает гармонические колебания. Здесь  $c$  — коэффициент жёсткости. Добавление же второго члена позволяет рассмотреть явления, принципиально невозможные в гармоническом приближении, например, тепловое расширение. Коэффициент  $g$  принято называть **коэффициентом ангармоничности**.

Сравним положение точек поворота для гармонических и ангармонических колебаний при одной и той же энергии  $U_1$  (рис. 2). Координаты точек поворота соответственно  $r$  и  $r + \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  мало.

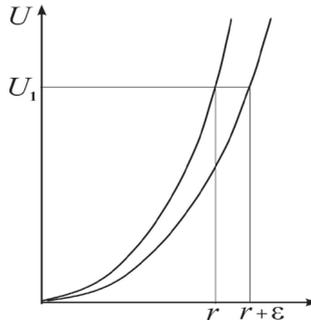


Рис. 2. Смещение точек поворота

Тогда

$$\frac{1}{2}c(r+\varepsilon)^2 - \frac{1}{3}g(r+\varepsilon)^3 = \frac{1}{2}cr^2.$$

Раскрыв скобки и отбросив слагаемые, содержащие  $\varepsilon^2$  и  $\varepsilon^3$  (если величина  $\varepsilon$  мала, то более высокими её степенями можно пренебречь), получим:

$$cr\varepsilon - \frac{1}{3}gr^3 - gr^2\varepsilon = 0.$$

Найдя из этого равенства  $\varepsilon$  и учтя, что  $gr \ll c$ , получим  $\varepsilon \approx \frac{gr^2}{3c}$ . Величину  $\varepsilon$  можно выразить через полную энергию осциллятора  $cr^2/2$ , которая, в свою очередь, сравнима с тепловой энергией:  $cr^2/2 \approx kT$ . Таким образом, точки поворота смещаются на величину

$$\varepsilon \approx \frac{gr^2}{3c} = \frac{2g}{3c^2} \cdot \frac{cr^2}{2} \approx \frac{2g}{3c^2} \cdot kT = \frac{2gk}{3c^2} \cdot T.$$

Смещение точек поворота сравнимо со смещением среднего положения  $\Delta$ , которым и определяется тепловое расширение. Итак, мы нашли вид зависимости коэффициента теплового расширения от констант  $c$ ,  $g$  и от температуры. Строгий расчёт меняет только численный множитель:

$$\Delta = \frac{3}{4} \frac{gk}{c^2} T.$$

Относительное тепловое расширение тела есть отношение изменения среднего расстояния между частицами к расстоянию между ними и в рамках нашей модели совпадает с отношением  $\Delta$  к  $r_0$ :

$$\frac{\Delta}{r_0} = \frac{3}{4} \frac{gk}{c^2 r_0} T = \alpha T.$$

Таким образом, коэффициент линейного теплового расширения равен:

$$\alpha = \frac{3}{4} \frac{gk}{c^2 r_0}.$$

### Объёмное тепловое расширение

Коэффициент **объёмного расширения**  $\beta$  определяется аналогично:

$$\beta = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dT} \quad (2)$$

Если тело расширяется одинаково по всем направлениям, то легко найти

$$\beta = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dT} = 3\alpha .$$

Это соотношение справедливо для **монокристаллов** с кубической симметрией, для **поликристаллов** и для многих **аморфных тел**.

Монокристаллы (кроме кубических) обладают **анизотропией** теплового расширения, т.е. коэффициент  $\alpha$  будет иметь различные значения для различных направлений внутри кристалла.

### **Связь теплового расширения и теплоёмкости**

Тепловое расширение и теплоёмкость  $C$  связаны друг с другом, так как оба этих явления зависят от амплитуды колебаний кристаллической решётки. Тепловое расширение связано с увеличением среднего расстояния между частицами, а теплоёмкость – с увеличением средней энергии тепловых колебаний.

Отношение величин  $\alpha$  и  $C$  для данного вещества не зависит от температуры (закон, открытый Грюнайзеном эмпирически в 1908 году).

## *Лабораторная работа 21*

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЛИНЕЙНОГО РАСШИРЕНИЯ ТВЁРДЫХ ТЕЛ ПРИ НАГРЕВАНИИ**

Перед началом работы необходимо ознакомиться с введением по теме: «Тепловые свойства твёрдых тел».

**Цель работы:** определить коэффициент теплового расширения металлического стержня при помощи **оптического диллометра (диллометра)**.

#### **Физическое обоснование эксперимента**

Коэффициент линейного расширения, который характеризует удлинение тела при нагреве, определяется формулой (1) (см. введение). На практике производная заменяется на конечную разность и определяется средний коэффициент расширения в некотором интервале температур  $\Delta T$  :

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \frac{l - l_1}{T - T_1} = \frac{1}{l_0} \frac{\Delta l}{\Delta T}, \quad (21.1)$$

где  $l$  и  $l_1$  – длина тела при температурах  $T$  и  $T_1$ ;  $l_0$  – его длина при некоторой стандартной температуре (обычно 0 или 20°C).

При определении коэффициента  $\alpha$  необходимо обеспечить высокую точность измерения малых изменений длины тела. Приборы для измерения расширения тел под действием внешних факторов (температура, давление, электрическое поле и др.) называются диллометрами (что в переводе с греческого означает измеритель расширения).

#### **Описание экспериментальной установки**

Установка состоит из термостата, диллометра и водяной бани, в которую помещается исследуемый стержень. Температура измеряет-

ся ртутным термометром с точностью до  $0,5^{\circ}\text{C}$ .

Нагретая вода прогоняется при помощи насоса по шлангам через водяную баню, в которую помещён исследуемый стержень. Его удлинение измеряется с помощью **вертикального оптического дилномера ИЗВ-1**. Это прибор высокого класса точности, которая достигается при помощи оптико-механических методов отсчета.

Длиномер (рис. 21.1) имеет следующие основные характеристики: точность измерений в пределах до 100 мм по аттестату шкал  $\pm(0,001+1/2\cdot 10^5)$  мм, цена наименьшего деления окулярного микрометра 0,001 мм при подъеме измерительной головки до 250 мм.

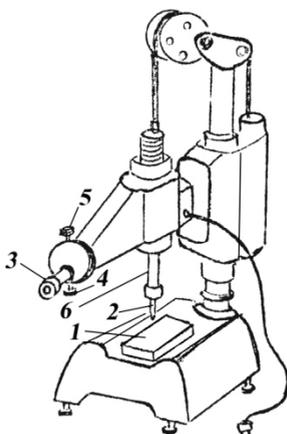


Рис. 21.1. Дилномер ИЗВ-1

Исследуемый стержень закрепляется на столике 1 дилномера, наконечник 2 измерительного стержня 6 опускается до контакта со стержнем, отсчет длины производится по спиральному окулярному микрометру. Винтом 5 можно перемещать окуляр вверх или вниз для установления начала отсчета перед началом измерений. В ходе измерений вращать **винт 5 нельзя!**

В поле зрения **отсчётного микроскопа 3** находятся следующие элементы, подсвеченные осветительным устройством (рис. 21.2а):

1. Основная шкала, связанная со стержнем 6. На неё нанесено 100 делений с расстоянием **между** ними 1 мм.

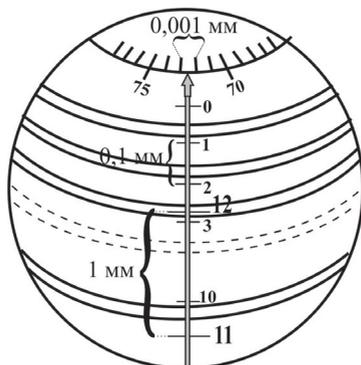


Рис. 21.2а. Шкала длиномера (общий вид с указанием цены деления для каждой шкалы)

2. Вертикальная неподвижная шкала с 10 делениями по 0,1 мм.
3. Круговая вращающаяся шкала, на которую нанесено 100 делений, соответствующих 0,001 мм.
4. Спираль Архимеда, нанесённая на одной пластинке с круговой шкалой. Расстояние между витками спирали равно цене деления прямой шкалы (0,1 мм). Начало круговой шкалы (отсчёт «0») соответствует такому положению спирали, когда каждый её виток совпадает с соответствующей риску вертикальной шкалы 2.

Отсчет выполняется следующим образом (см. пример на рис. 21.2б):

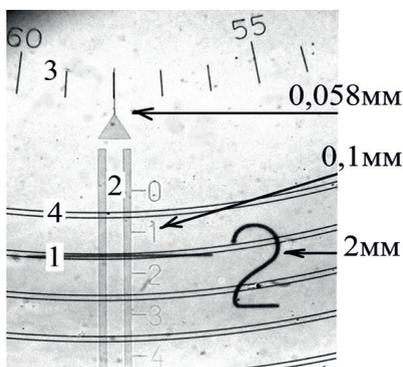


Рис. 21.2б. Пример отсчёта по шкале длиномера при наблюдении в окуляр микроскопа.

1. Вращая спираль маховиком микрометра 4, совместить риску основной шкалы 1 с ближайшим витком спирали. Для повышения точности совмещения витки имеют вид двойных линий.

2. По большой цифре основной шкалы определить число целых миллиметров (в данном примере 2 мм).

3. По положению риски 1 относительно вертикальной шкалы 2 определить число десятых долей миллиметра (здесь риска между цифрами 1 и 2, что означает 0,1 мм).

4. По круговой шкале 3 определить микроны (здесь 58). При некотором навыке можно определить на глаз и десятые доли микрона, но это выходит за рамки погрешности прибора.

Итак, всего  $2 + 0,1 + 0,058 = 2,158$  (мм).

Преимуществом спирального микрометра является отсутствие мёртвого хода и одинаковость расстояния от глаза до всех цифр, что облегчает аккомодацию глаза.

## **Порядок выполнения работы**

Под руководством лаборанта или преподавателя включить и проверить установку. Измерительная головка должна касаться изучаемого стержня и при небольшом усилии легко перемещаться вверх-вниз.

Потренироваться в измерениях, подкладывая листок бумаги в один и несколько слоёв и проверяя расчётом полученные результаты. Снять показания длиномера при начальной (комнатной) температуре.

Включить насос, прогоняющий воду из термостата через водяную баню, служащую для нагревания исследуемого стержня.

Включить нагреватель.

Удлинение стержня измерять в интервале температур от комнатной до (ориентировочно)  $80^{\circ}\text{C}$  через 5 или  $10^{\circ}\text{C}$  (по указанию преподавателя). Нагрев выше  $80^{\circ}\text{C}$  обязательно согласовывать с преподавателем во избежание возможного закипания воды и нарушения работы установки. Температура измеряется ртутным термометром с точностью до  $0,5^{\circ}\text{C}$ .

## **Проведение измерений**

Предварительно запишите длину стержня при комнатной температуре  $l_0$ , которая указана на установке.

Измерения проводятся одним из двух способов (по указанию преподавателя).

### 1. Непрерывный нагрев.

Не выключая нагреватель и насос, непрерывно следить за показаниями термометра и длиномера и записывать их через каждые 5 градусов (или с другим шагом по указанию преподавателя). Температура стержня отстаёт во времени от температуры воды, но это отставание незначительно и практически не меняется по ходу нагрева. А поскольку нам требуется не сама температура, а её изменение, это отставание не вносит ошибок в результат.

### 2. Ступенчатый нагрев.

Выключить нагреватель (насос не выключать!), нагрев воду до требуемой температуры, и следить за показаниями длиномера в течение нескольких минут. Если длина стержня перестала меняться, это означает, что установилось тепловое равновесие между стержнем и водой. (Режим измерения, то есть интервалы времени и общее время наблюдения, согласовать с преподавателем.)

Снимать показания термометра и длиномера. Результаты измерений записать в следующую таблицу

1.	$t$ °C	$l$ , мм	$\Delta t = x$	$\Delta l = y$
2.	$t_1$	$l_1$	$t_2 - t_1$	$l_2 - l_1$
3.	$t_2$	$l_2$	$t_3 - t_1$	$l_3 - l_1$
4.	$t_3$	$l_3$	$t_4 - t_1$	$l_4 - l_1$
5.	$t_4$	$l_4$	$t_5 - t_1$	$l_5 - l_1$
...	...	...	...	...

В изучаемом интервале температур коэффициент теплового расширения можно с достаточной точностью считать постоянным. Поэтому выражение (21.1), переписанное в виде  $\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$ , выражает линейную зависимость  $\Delta l$  от  $\Delta T$  с угловым коэффициентом (тангенсом угла наклона прямой)  $a = \alpha l_0$ . Найдя методом наименьших квадратов величину  $a$  и её доверительные границы  $\Delta a$ , получим  $\alpha$  и  $\Delta \alpha$ :

$$\alpha = \frac{a}{l_0}, \quad \Delta\alpha = \frac{\Delta a}{l_0}.$$

### Содержание отчёта

1. График зависимости удлинения стержня от температуры.
2. Таблица наблюдений и расчётов по МНК тангенса угла наклона прямой в зависимости  $\Delta l = f(\Delta t)$ .
3. Значение величины  $\alpha$  и доверительные границы для неё, рассчитанные по МНК.

### Контрольные вопросы

- ? Какие силы действуют между частицами твёрдого тела, как они зависят от расстояния?
- ? Чем объясняется расширение тел при нагревании?
- ? Какова связь между коэффициентом линейного и объёмного расширения для изотропных тел?

## Тема: «ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА»

### Введение

В лабораторной работе 17 вязкость рассматривалась с феноменологической точки зрения, рассмотрим теперь это понятие с микроскопической точки зрения. В молекулярно-кинетической теории устанавливается связь между макропараметрами (характеризующими состояние газа в целом, например, давление, температура и т.п.) и величинами, характеризующими одну молекулу газа (масса молекулы, её скорость и диаметр).

Согласно молекулярно-кинетической теории газа хаотическое движение молекул является физической причиной наблюдаемых в газах **явлений переноса: теплопроводность** – при выравнивании температур (перенос теплоты), **диффузия** – при выравнивании концентраций (перенос вещества) и **вязкость** – при выравнивании скоростей направленного движения молекул (перенос импульса). Хотя тепловые скорости движения молекул газа велики (сотни метров в секунду), процессы переноса совершаются относительно медленно, т. к. столкновения между молекулами препятствуют их прямолинейному движению и заставляют их двигаться по ломаным траекториям.

Силы взаимодействия между молекулами становятся заметными лишь при малых расстояниях между ними. Поэтому можно считать, что между соударениями молекулы движутся прямолинейно и равномерно, а изменения вектора скорости и траектории происходят только при их столкновении.

Среднее расстояние, которое проходит молекула за время между двумя последовательными столкновениями, называется **длиной свободного пробега молекул**  $\bar{\lambda}$ .

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры молекул, называется **эффективным диаметром молекулы**  $d$ . Эффективный диаметр молекулы несколько уменьшается с увеличением скорости молекул, т. е. с повышением температуры.

Приведём простые качественные соображения – они не строгие, но помогут понять смысл формул и самого явления.

Для всех **явлений переноса** характерно, что за счёт движения молекул происходит выравнивание в объёме жидкости или газа некоторой величины  $G$ , носителем которой эти молекулы являются (энергия, импульс, заряд и т.д.). В простейшей «плоской» геометрии в газе мысленно выделяются плоскопараллельные слои, считается, что в каждом слое величина  $G$  постоянна, а её перенос идёт за счёт того, что молекулы, двигаясь хаотично по разным направлениям, переходят из слоя в слой.

Перенос величины  $G$  в соседний слой тем интенсивнее, чем больше средняя скорость молекул  $\bar{u}$ . Кроме того, если средняя длина свободного пробега  $\bar{\lambda}$  станет, например, вдвое больше, то и длина, на которую происходит перенос в каждом пробеге, увеличится вдвое. Поэтому **коэффициент переноса** пропорционален  $\bar{u}$  и  $\bar{\lambda}$ .

В случае **вязкого трения** имеет место перенос импульса, поэтому коэффициент переноса, называемый в этом случае **вязкостью**  $\eta$ , зависит ещё и от массы частиц  $m$  и, тем самым, от плотности среды  $\rho$ .

Наконец, молекулы движутся одинаково в трёх измерениях, а мы рассматриваем перенос только по одному из них (перпендикулярно упомянутым слоям). Это приводит к появлению множителя  $1/3$ . В итоге

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{u} \bar{\lambda}. \quad (1)$$

В разных моделях и при разных геометриях и скоростях потока в формуле (1) вместо  $1/3$  может быть и другой множитель.

**Эффективный диаметр молекулы.** Объём, приходящийся на одну молекулу и равный численно обратной концентрации

$1/n$ , связан с объёмом  $\pi d^2 \bar{\lambda}$ , который «замечает» молекула, пролетая от одного столкновения до другого (диаметр, а не радиус, так как в момент столкновения расстояние между центрами модельных шарообразных молекул равно как раз их диаметру). Учет взаимного движения молекул даёт ещё множитель  $\sqrt{2}$ , тогда связь объёма и концентрации принимает вид:

$$\sqrt{2} \pi d^2 \bar{\lambda} = \frac{1}{n}. \quad (2)$$

Таким образом, зная концентрацию  $n$  и среднюю длину свободного пробега  $\bar{\lambda}$ , можно определить эффективный диаметр молекул.

## *Лабораторная работа 23*

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ГАЗА. РАСЧЁТ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ГАЗА**

Перед началом работы необходимо ознакомиться с введением *по* теме: «Явления переноса».

**Цель работы:** определить вязкость воздуха и рассчитать среднюю длину свободного пробега и эффективный диаметр молекул, входящих в состав воздуха.

#### **Физическое обоснование эксперимента**

Основные количественные данные для определения длины свободного пробега молекул и их диаметров были получены из исследования явлений переноса.

В данной работе предлагается вычислить скорость молекул из законов молекулярно-кинетической теории, найти плотность и концентрацию газа (всё это можно сделать до начала работы, зная температуру в помещении), экспериментально определить вязкость воздуха и вычислить его молекулярно-кинетические параметры.

Экспериментальное определение **коэффициента динамической вязкости** жидкости или газа может выполняться разными способами, например, по скорости движения тела в вязкой среде (метод Стокса, работа 17.1) или по скорости протекания самой жидкости или газа (метод, применённый в данной работе).

Газ удобно пропускать через длинную (чтобы в большей части трубки установился контролируемый режим), тонкую (чтобы процесс был не слишком быстрым – для удобства измерения), цилиндрическую (для простоты расчётных формул) трубку.

Коэффициент вязкости  $\eta$  можно найти, воспользовавшись **законом Пуазейля**, определяющим объём газа  $V$ , протекающего через цилиндрический капилляр при ламинарном режиме течения:

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta p}{8 l \eta} \Rightarrow \eta = \frac{\pi r^4 \Delta p t}{8 l V}, \quad (23.1)$$

где  $r$  – радиус капилляра;  $l$  – длина капилляра;  $\Delta p$  – разность давлений на концах капиллярной трубки, обуславливающая течение газа по ней;  $t$  – время, в течение которого вытекает газ данного объёма.

Все величины, входящие в формулу (23.1), легко измерить.

Типичные значения коэффициента динамической вязкости газов при нормальных условиях – порядка  $10^{-5}$  Па·с.

Для расчёта средней скорости теплового движения молекул газа используется **распределение Максвелла** – распределение молекул газа по скоростям:

$$f(u) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi k T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mu^2}{2kT}}.$$

Отсюда можно определить различные характерные скорости теплового движения молекул, в том числе и среднюю:

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad (23.2)$$

где  $R \approx 8,31447$  Дж·моль<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup> – универсальная газовая постоянная;  $T$  – абсолютная температура газа;  $\mu$  – масса одного моля газа (для воздуха принято использовать средневзвешенную величину молярной массы  $\mu = mN_A \approx 28,98$  г·моль<sup>-1</sup>, т.е. воздух рассматривается в данном случае как газ, состоящий из одинаковых молекул),  $N_A \approx 6,022 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> – число Авогадро;  $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж·К<sup>-1</sup> – постоянная Больцмана.

При комнатной температуре средняя скорость молекул в воздухе около 460 м/с.

Плотность газа  $\rho$  получаем из закона Менделеева–Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

тогда:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}, \quad (23.3)$$

где  $p$  – давление газа.

Из основной формулы кинетической теории газов получаем выражение для концентрации:

$$n = \frac{p}{kT}. \quad (23.4)$$

Таким образом, если экспериментально определить вязкость газа  $\eta$  по его протеканию через капилляр (формула 23.1), рассчитать скорость его молекул  $\bar{u}$  по (23.2) и его плотность  $\rho$  по (23.3), можно подставить их в формулу (1) (см. Введение) и получить кинетические характеристики: среднюю длину свободного пробега

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{\rho\bar{u}} \quad (23.5)$$

и эффективный диаметр молекулы  $d$

$$d = \frac{1}{\sqrt{2\pi n\bar{\lambda}}} \approx \frac{0.474}{\sqrt{n\bar{\lambda}}}. \quad (23.6)$$

Формально говоря, можно подставить (23.1) и (23.2) в формулу (1) (см. Введение) и получить «окончательную» формулу. Но она слишком громоздка, лишена наглядности и провоцирует на арифметические ошибки:

$$\bar{\lambda} = \frac{3\pi^{3/2}}{16\sqrt{2}} \cdot \frac{r^4}{l} \cdot \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \cdot \frac{\Delta p}{p} \cdot \frac{t}{V} \quad (23.7)$$

Здесь выделены смысловые части формулы: численный множитель, параметры установки, характеристики газа, измеряемые величины.

Рекомендуется не использовать формулу (23.7), а получить промежуточные значения вязкости (23.1) и скорости (23.2), которые удобно контролировать, и которые сами по себе тоже представляют интерес.

## Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, позволяющая исследовать протекание газа (воздуха) через капилляр известных размеров под действием контролируемой разности давлений, изображена на рис. 23.1.

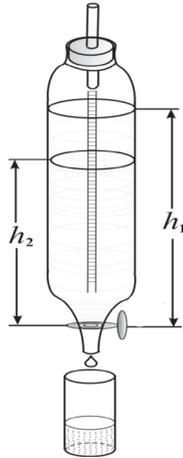


Рис. 23.1

Цилиндрический сосуд закреплён вертикально на штативе. Верхнее отверстие сосуда закрыто резиновой пробкой со вставленным в неё капилляром. Снизу сосуд имеет кран. Сосуд заполняется на 4/5 дистиллированной водой.

Если открыть кран, то вода сначала выливается из сосуда непрерывной струёй, а затем – отдельными каплями.

Через капилляр происходит натекание воздуха в сосуд, обусловленное разностью давлений  $\Delta p$  на концах трубки (верхний конец – атмосферное давление  $p_{\text{ат}}$ , нижний – меньше атмосферного). Когда вода вытекает из сосуда, объём части сосуда над поверхностью жидкости увеличивается.

Так как воздух попадает сюда через очень узкий капилляр, то он натекает медленно. Поэтому давление воздуха  $p_1$  в этом объёме становится меньше атмосферного  $p_{\text{ат}}$ .

В момент, когда одна капля оторвалась, а следующая ещё не образовалась, наблюдается равенство давлений на площадь отверстия, через которое вытекает вода. Снизу давление равно атмосферному, а сверху – сумме давлений столба воды ( $\rho_{\text{в}} g h_1$ ) и  $p_1$  (давлением, обусловленным поверхностным натяжением, мы пренебрегаем).

$$p_{\text{ат}} = \rho_{\text{в}} g h_1 + p_1, \quad (23.8)$$

$$\Delta p_1 = p_{\text{ат}} - p_1 = \rho_{\text{в}} g h_1, \quad (23.9)$$

где  $\rho_{\text{в}}$  – плотность воды;  $g$  – ускорение свободного падения;  $h_1$  – высота столба жидкости в момент отсчёта.

Затем атмосферный воздух натекает через капилляр, давление сверху увеличивается, и выдавливается следующая капля.

За время, пока уровень жидкости понижается от  $h_1$  до  $h_2$ , через капилляр натекает некоторое количество воздуха, давление воздуха в объёме становится равным  $p_2$  и равенство давлений примет вид:

$$p_{\text{ат}} = \rho_{\text{в}} g h_2 + p_2. \quad (23.10)$$

Разность давлений станет равной:

$$\Delta p_2 = p_{\text{ат}} - p_2 = \rho_{\text{в}} g h_2. \quad (23.11)$$

Так как воздух натекает непрерывно, а различие между  $\Delta p_1$  и  $\Delta p_2$  невелико, то разность давлений в течение эксперимента можно представить как среднее арифметическое:

$$\Delta p = \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{2} = \rho_{\text{в}} g \frac{h_1 + h_2}{2}. \quad (23.12)$$

Объём воздуха, прошедшего через капилляр, можно считать равным объёму вытекшей воды. Если вспомнить, что 1 атм = 10 метров водяного столба, то понятно, что давление в сосуде почти не отличается от атмосферного в ходе всего опыта.

Объём воды определяется либо с помощью мензурки, либо по её весу:  $\rho_{\text{в}} = m_{\text{в}} / V_{\text{в}}$ , где  $\rho_{\text{в}} = 998,2 \text{ кг/м}^3$ .

### Порядок выполнения работы

Для выполнения работы, кроме установки, понадобятся весы, линейка, секундомер, термометр, барометр. Указанные приборы либо находятся в лаборатории, либо их можно получить у дежурного сотрудника лаборатории.

Подготовить таблицу для внесения измерений и результатов расчётов:

№ п.п.	$h_1$	$h_2$	$t$	$m_{\text{ст+в}}$	$m_{\text{в}}$	$V_{\text{в}}$	$\Delta p$	$\Delta p \cdot t$
Единицы измерения								
Погрешности								
1								
2								
3								
...	...	...	...	...	...	...	...	...

1. Взвесить пустой стаканчик для воды.
2. Открыть кран и дождаться капельного режима вытекания воды.
3. Подставить под сосуд предварительно взвешенный стаканчик. Включить секундомер и записать высоту  $h_1$  уровня воды в сосуде (Рис. 23.1).
4. Когда накапает приблизительно 30-35 мл объёма воды:
  - 4.1. закрыть кран,
  - 4.2. выключить секундомер,
  - 4.3. записать высоту  $h_2$  уровня воды в сосуде (Рис. 23.1),
  - 4.4. взвесить стаканчик с водой (для точного определения объёма воды – это и будет объём воздуха, вошедшего в сосуд через капилляр (плотность дистиллированной воды при  $20^\circ\text{C}$   $\rho_v \approx 998,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ).
5. Повторить опыт (операции 1÷4) с другими количествами вытекшей воды, например, 50, 75, 100, 150 мл.
6. Измерить комнатную температуру и атмосферное давление в лаборатории.
7. Записать радиус и длину капилляра, указанные на данной установке.

### Обработка результатов

1. Рассчитать среднюю скорость  $\bar{v}$  молекул по формуле (23.2) (кроме температуры все параметры являются постоянными).
2. Рассчитать концентрацию  $n$  молекул из (23.4).
3. Для каждого опыта (см. «Порядок выполнения работы») на основе измеренных  $m_v$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  и  $t$  вычислить последовательно следующие величины: объём воздуха  $V_v$ , разность  $\Delta p$  по формуле (23.12), и произведение  $\Delta p \cdot t$ . Результаты записать в таблицу.
4. Формулу для расчёта вязкости (23.1) можно представить в виде двух множителей:

$$\eta = \frac{\pi r^4}{8l} \cdot \frac{\Delta p t}{V}$$

Первый сомножитель является постоянным для данной установки, и его можно сосчитать отдельно.

Обозначим второй сомножитель  $a$ . Числитель второго сомножи-

теля является линейной функцией от его знаменателя. Рекомендуется построить график  $\Delta pt = f(V)$  и оценить  $a$ , равное тангенсу угла наклона этого графика к оси абсцисс.

5. Рассчитать по методу наименьших квадратов значение величины  $a$  и её доверительные границы  $\Delta a$ . Сравнить со значением полученным из графика.
6. Рассчитать вязкость  $\eta$  воздуха по формуле (23.1).
7. Определить среднюю длину свободного пробега  $\bar{\lambda}$  молекул, входящих в состав воздуха, по формуле (23.5).
8. Определить эффективный диаметр  $d$  молекул, входящих в состав воздуха, по формуле (23.6).

### Вычисление погрешностей

Напомним, что если относительные погрешности (в случае умножения и деления) или абсолютные (в случае сложения или вычитания) различаются во много раз, то меньшую погрешность можно не учитывать.

С точностью, заведомо избыточной для данной работы, известны значения  $g \approx 9,819 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$  (для Санкт-Петербурга),  $\pi \approx 3,14159$ ,  $R \approx 8,31447 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ,  $\rho_{\text{в}} \approx 998,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$  (при  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

Формулы, необходимые для вычисления погрешности длины свободного пробега и эффективного диаметра молекулы:

$$\Delta \bar{\lambda} = \bar{\lambda} \sqrt{\left(\frac{4\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2}.$$

$$\Delta d = d \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta p}{p}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2}.$$

### Содержание отчёта

1. Рисунок установки.
2. Температура и атмосферное давление воздуха в помещении.
3. Размеры капилляра установки.
4. Таблица измеренных в каждом опыте значений  $\Delta p$ ,  $t$ ,  $V$ .
5. График линейной зависимости:  $\Delta pt = f(V)$ .
6. Расчёт сомножителя  $a$  и  $\Delta a$  по методу наименьших квадратов по ли-

нейной зависимости  $\Delta p t = f(V)$ .

7. Расчёт средней скорости  $\bar{u}$  молекул, входящих в состав воздуха.
8. Расчёт концентрации  $n$  молекул.
9. Расчёт коэффициента вязкости  $\eta$  воздуха.
10. Расчёт длины свободного пробега  $\bar{\lambda}$  молекулы.
11. Расчёт эффективного диаметра  $d$  молекул, входящих в состав воздуха.
12. Расчёт погрешностей полученных значений  $\bar{\lambda}$  и  $d$ .
13. Запись окончательных результатов работы с погрешностями.

### Контрольные вопросы

- ? Какие явления называются явлениями переноса?
- ? Какое явление называется вязкостью?
- ? Что называется длиной свободного пробега молекулы?
- ? Что называется эффективным диаметром молекулы?
- ? Зависят ли  $\bar{\lambda}$  и  $d$  от температуры газа?
- ? Какой метод определения коэффициента динамической вязкости применяется в данной работе?
- ? Какие приближения используются в данном методе?
- ? Почему в данной работе применяется длинный капилляр?
- ? Почему для начала отсчётов необходимо дождаться капельного режима истечения жидкости?

## ***ЛИТЕРАТУРА***

- 📖 *Савельев И. В.* Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5-ти т.— 5-е изд., перераб.— Т. 3. Молекулярная физика и термодинамика —СПб, Изд-во «Лань», 2011. 224 с.
- 📖 *Соловьёв В. А., Яхонтова В. Е.* Основы измерительной техники. Руководство к лабораторным работам по физике. Учеб. пособие.—Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. 216 с.
- 📖 *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика.— 5-е изд.,—М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.— 544 с.
- 📖 *Зароченцева Е. П., Бобкова И. С., Малешина Н. А.* Математическая обработка результатов эксперимента. Методическое пособие для лабораторного физического практикума.—Изд-во СПбГУ, СПб., 2009.
- 📖 *Бутиков Е. И., Кондратьев А. С., Уздин В. М.* Физика: учебное пособие. В 3 кн. Кн. 3. Строение и свойства вещества.— М.: Физматлит, 2004. 336 с.

Учебное издание

**Бобкова** Ирина Сергеевна  
**Лисаченко** Дмитрий Андреевич  
**Зароченцева** Елена Петровна  
**Бармасов** Александр Викторович  
**Кудря** Светлана Александровна

**Описания лабораторных работ  
Учебной лаборатории физического эксперимента  
СПбГУ**

**Часть III**

**МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА**

Компьютерная верстка: *В. В. Мещерин*

Подписано к печати 11.04.2016. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная.  
Гарнитура Таймс. Печать цифровая. Печ. л. 2,79. Тираж 500 экз. Заказ 161.

Отпечатано в Издательстве ВВМ.  
198095, Санкт-Петербург, ул. Швецова, 41.

Тел.: +7 (901) 306-62-54.