

УДК 551.468

## ПРЯМОЙ И ОБРАТНЫЙ КАСКАД ЭНЕРГИИ ПРИ ВЫТЯГИВАНИИ ВИХРЕЙ В ОКЕАНЕ

© 2023 г. Член-корреспондент РАН В. В. Жмур<sup>1,2,3,\*</sup>, Т. В. Белоненко<sup>3</sup>,  
Е. В. Новоселова<sup>3</sup>, Б. П. Суетин<sup>2</sup>

Поступило 29.09.2022 г.

После доработки 02.11.2022 г.

Принято к публикации 02.11.2022 г.

При взаимодействии мезомасштабных вихрей с течением существует три варианта поведения вихрей: вращение, нутационные колебания и неограниченное вытягивание. В работе даётся описание физических условий вытягивания вихрей в филаменты. Для Мирового океана и отдельных регионов дана оценка доли вихрей, где они вытягиваются в филаменты, перераспределяя энергию с мезомасштаба на субмезомасштаб.

*Ключевые слова:* вихрь, вытягивание, вихревая нить, филамент

**DOI:** 10.31857/S2686739722602113

Известно, что в океане при взаимодействии мезомасштабного вихря с течением существует режим, при котором ядро вихря растягивается этим течением, а вихрь, как локализованное образование, фактически прекращает существовать. Этот вариант поведения соответствует слабым вихрям в неоднородных потоках. Расчёт энергии показал, что при удлинении вихря его кинетическая и доступная потенциальная энергия уменьшаются [1].

Исследования, связанные с трансформацией эллиптического вихря при взаимодействии с фоновым течением, берут начало от работ Кирхгофа. Впоследствии С.А. Чаплыгин [2] и позднее С. Кида [3] показали, что существует три варианта поведения: вращение, нутационные колебания и неограниченное вытягивание. В первых двух случаях вихрь остаётся локализованным образованием; в последнем одна из осей неограниченно увеличивается, а вторая стремится к нулю. В горизонтальном плане такой вихрь становится похожим на вихревую нить (или филамент).

Целью данной работы является описание физических условий вытягивания трёхмерных эллипсоидальных вихрей океана в филаменты и

оценка доли мезомасштабных вихрей, которые вытягиваются в филаменты, перераспределяя тем самым энергию с мезомасштаба на субмезомасштаб.

В работах [1, 4–9] разработана теория эволюции 3D-эллипсоидальных бароклинных вихрей под действием течений. Для баротропных течений  $\vec{u}_b = (u_b, v_b, 0)$  с линейной зависимостью скорости течения от горизонтальных координат:

$$\vec{u}_b = (u_b, v_b, 0) = \begin{cases} u_b = u_0 + ex - \gamma y \\ v_b = v_0 + \gamma x - ey \end{cases}$$

задача сводится к эволюции во времени двух горизонтальных полуосей эллипсоида  $a(t)$  и  $b(t)$ . Здесь  $U = (u, v)$  – скорость течения,  $u_0$  и  $v_0$  – составляющие скорости течения в центре вихря  $x = 0, y = 0$ ;  $(x, y, z)$  – декартова правая система координат: оси  $x$  и  $y$  горизонтальные, ось  $z$  – вертикальная; коэффициенты  $\gamma$  и  $e$  описывают пространственную изменчивость фонового течения,

$\gamma = \frac{1}{2} \text{rot}_z \vec{u}_b$  – угловая скорость вращения жидких частиц в фоновом течении,  $e$  – коэффициент деформации фонового течения. Любое баротропное линейное по координатам распределение скоростей можно путем поворота вокруг вертикальной оси свести к вышеуказанной зависимости. В баротропных течениях вертикальная полуось с постоянной. Безразмерный параметр  $\varepsilon$  характеризует степень вытягивания вихря в горизонтальной плоскости и определяется через отношение его горизонтальных масштабов  $\varepsilon = \frac{a}{b}$ . Без ограничения

<sup>1</sup>Институт океанологии им. П. П. Шириова РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет, Москва, Россия)

<sup>3</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: zhmur-vladimir@mail.ru

общности можно считать, что  $\varepsilon \geq 1$ . В работах [1, 5–12] вводится безразмерный параметр вертикальной сплюснутости ядра вихря:  $K = \frac{N}{f} \frac{c}{\sqrt{ab}} \cdot f$  – параметр Кориолиса,  $N = \text{const}$  – частота Вайся-Брента.

Следует отметить, что требование баротропности фонового течения весьма условно. Вихрь активно реагирует на течение на горизонтах расположения ядра вихря и менее активно или вообще не чувствует фоновое течение выше и ниже этого слоя. Поэтому в качестве упрощения мы рассмотрели течения, независящие от вертикальной координаты на уровнях расположения ядра вихря. Какое течение выше и ниже этого слоя не очень важно. Поэтому для математической простоты мы продлили вертикально однородное течение выше и ниже ядра вихря, сделав его таким же, как и на горизонтах расположения ядра. В результате получилось модель баротропного течения во всей толщине океана. В реальности следует учитывать только вертикально осредненное течение на горизонтах расположения ядра вихря. Именно это мы будем делать при изучении эволюции вихрей приповерхностного слоя океана, рассматривая осреднённые свойства морской среды в верхнем двухсотметровом приповерхностном слое океана.

Задачу эволюции формы вихря можно свести к системе двух дифференциальных уравнений для отношения полуосей и угла ориентации  $\theta$ , образуемой большей горизонтальной полуосью эллипсоида  $a$  с осью  $x$ . Решение этой системы описывает эволюцию конкретного вихря, зависящую от параметров  $e$  и  $\gamma$  фонового течения. Детали вывода представлены в работах [1, 5].

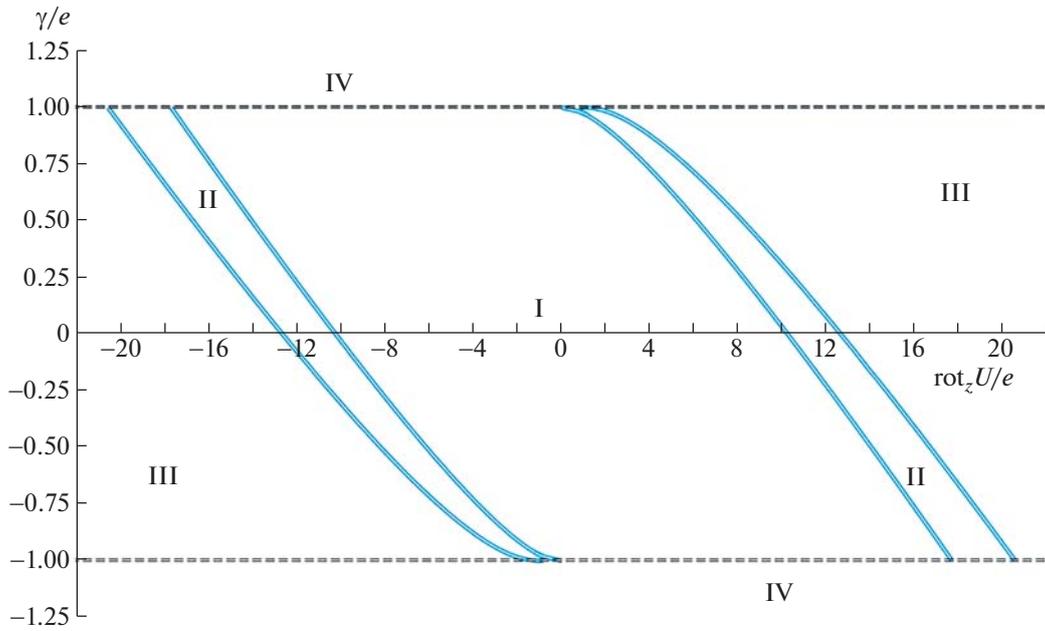
Можно показать, что три безразмерные характеристики  $\gamma/e$ ,  $\sigma/e$  и  $K$  полностью определяют эволюцию вихря при его деформации течением при любых начальных условиях на  $\varepsilon$  и  $\theta$ . Здесь  $\sigma$  – избыточная потенциальная завихренность вихревого ядра по сравнению с потенциальной завихренностью фонового течения [1, 5]. Удобно  $\sigma/e$  заменить на параметр  $\text{rot}_z U/e$ , поскольку для круглых вихрей  $\sigma$  и  $\text{rot}_z U$  однозначно связаны друг с другом. Удобство данного набора чисел  $\gamma/e$ ,  $\text{rot}_z U/e$  и  $K$  состоит в следующем:  $\gamma/e$  относится исключительно к характеристике фонового течения,  $\text{rot}_z U/e$  показывает относительную интенсивность вихря, а  $K$  характеризует сплюснутость вихревого ядра. Малые значения  $K < 1$  соответствуют тонким вихрям, большие  $K > 1$  – толстым. При воздействии баротропного течения на вихрь параметр  $K$  остаётся неизменным, несмотря на деформацию ядра вихря [1, 5]. Постоянство  $K$  для каждого вихря позволяет изучить наличие каждого из трёх режимов поведения вихрей на плоскости параметров  $(\gamma/e, \text{rot}_z U/e)$  (рис. 1).

Границы зон являются линиями бифуркации, при пересечении которых появляется новый или исчезает уже существующий режим поведения вихря. Нас будет интересовать в основном зона I, при этом наиболее важным свойством здесь является ограничение на интенсивность вихрей. Этой зоне соответствуют относительно слабые вихри, которые не выживают в неоднородных течениях, растягиваясь в вихревые нити. Можно показать, что с увеличением значения  $K$  границы зоны I и II “подтягиваются” ближе к оси ординат  $\gamma/e$ , но никогда её не достигают. Можно также показать, что при  $K > 10$  соответствующие линии границ зон практически совпадают, т.е. внутренняя часть зоны I для больших значений  $K$  практически ограничена чёрными линиями  $K = 10$ . Таким образом, внутри зоны I формируется “сердцевина”, для которой все вихри, независимо от размера по вертикали (параметр  $K$ ) и независимо от интенсивности самого вихря (параметр  $\sigma$ ) обязательно неограниченно вытягиваются. “Сердцевина” демонстрирует область неминуемого вытягивания вихрей Кирхгофа из 2D-гидродинамики, что следует из нашей теории и соответствует обобщению работы Кида [3].

Рассмотрим теперь эти процессы для реально-го океана. Расчёты будем проводить по данным глобального океанического реанализа GLO-RYS12V1 [13].

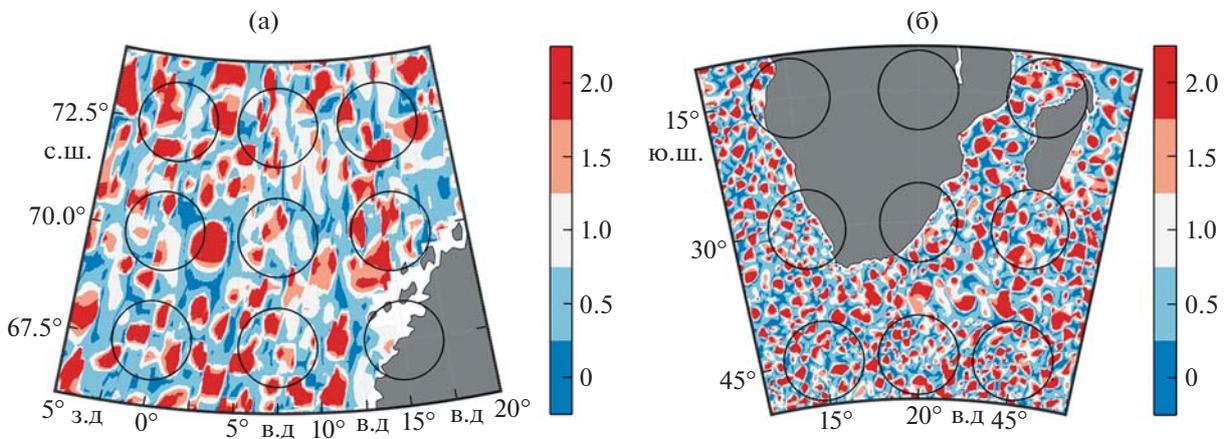
На рис. 2 картированы расчёты для акваторий Лофотенской котловины и течения Агульяс, а на рис. 3 – для всего Мирового океана на 10.06.2010 с осреднением верхнего 200-метрового слоя. В вихревых ядрах (красный цвет) вытягивание запрещено, в доменах голубого цвета вытягивание вихрей разрешено. Доля общей площади доменов с разрешением на вытягивание для Лофотенской котловины составляет 61%, а для района Агульяс 50%. Суммарная площадь доменов Мирового океана, где вихри могут вытягиваться, варьирует в зависимости от осреднения данных от 60 до 66%, что также превышает суммарную площадь доменов с запрещением к вытягиванию вихрей. Можно показать, что внутригодовая и межгодовая изменчивость этих свойств не выражена, как и сезонная изменчивость, что означает, что полученные оценки устойчивы.

Основной вывод работы заключается в том, что при эволюции мезомасштабных вихрей на фоне деформирующего их течения следует ожидать перекачку энергии от вихрей к филаментам, т.е. от мезомасштабных движений на субмезомасштаб. Это прямой энергетический каскад, и связан он с неограниченным вытягиванием вихрей в филаменты. Согласно теоретическим расчётам, энергия вихря при значительном удлинении ядра уменьшается на 20–60%. Поскольку в физической системе присутствуют только вихрь и тече-



**Рис. 1.** Демонстрационная карта зон поведения вихрей на примере значения  $K = 0.4$  в плоскости параметров  $(\gamma/e, \text{rot}_z U/e)$ . По оси ординат выделяются три области: для двух областей  $|\gamma/e| > 1$  присутствуют только колебательный и вращательный режимы (зона IV), область простирается до бесконечности; в области  $|\gamma/e| \leq 1$  разрешены все три режима, которые отделены друг от друга четырьмя кривыми, выходящими попарно из  $(0; \pm 1)$  и близкой к ним точкам. В результате полоса  $|\gamma/e| \leq 1$  разбивается на симметричные три зоны:

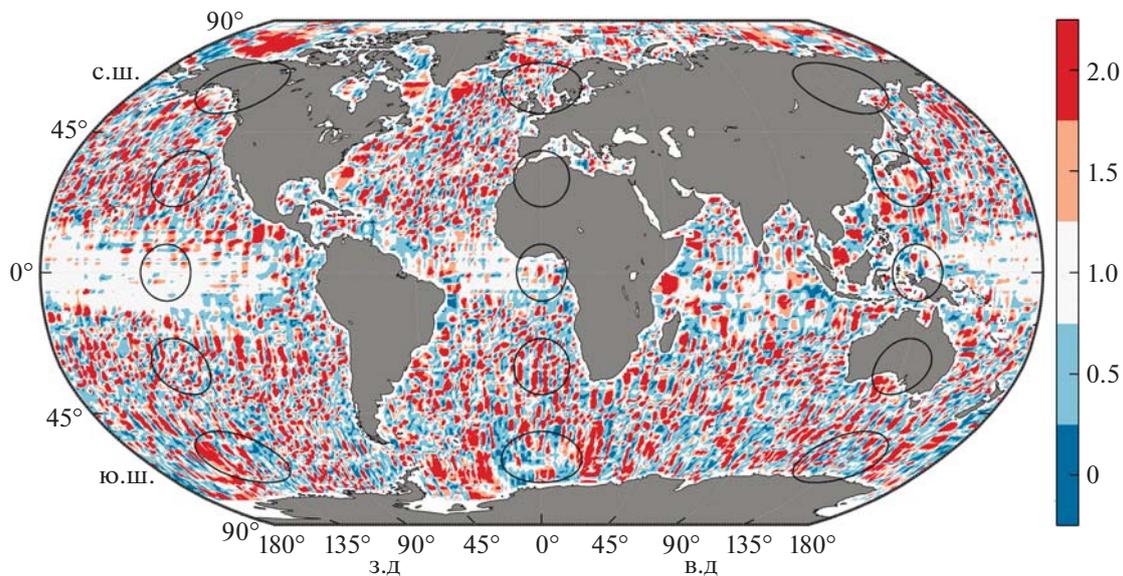
- внутренняя (зона I) – обязателен только режим неограниченного вытягивания ядра вихря;
- промежуточная (зона II) – разрешены колебательный режим и неограниченного вытягивания;
- внешняя (зона III) – разрешены все режимы: вращательный, колебательный и вытягивания.



**Рис. 2.** Распределения значений  $|\gamma/e|$  в Лофотенской котловине (а) и в регионе течения Агульяс (б). Красные области  $|\gamma/e| > 1$  соответствуют зонам с запретом на неограниченное вытягивание вихрей; в голубых с  $|\gamma/e| < 1$  разрешено неограниченное вытягивание вихрей. Исходные данные имеют пространственное разрешение  $0.25^\circ$ , проведено сглаживание методом скользящего среднего с шириной окна 5 ячеек. Для сравнения показаны окружности с радиусом 100 км (а) и 500 км (б).

ние, то естественно ожидать, что “потерянная” энергия вихрей перераспределится назад в течение. Если вернуться к представлению ансамбля вихрей как к геофизической турбулентности, где вихри генерируются течением и затем энергети-

чески взаимодействуют с ним, то явление возвращения энергии от турбулентности в течение называется явлением “отрицательной вязкости” или обратным каскадом энергии. В нашей работе мы соприкоснулись с явлением “отрицательной



**Рис. 3.** Пространственное распределение параметра  $|\gamma|/e$  для Мирового океана. Исходные данные имеют пространственное разрешение  $1^\circ$ , проведено сглаживание методом скользящего среднего с шириной окна 10 ячеек. Для сравнения показаны окружности с радиусом 1000 км. Окружности проведены на широтах  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и на долготах  $0^\circ$ ,  $135^\circ$ .

вязкости” и показываем в Мировом океане области её проявления (голубой цвет на рис. 2 и 3). Хотя полной ясности в вопросе передачи энергии вихрей по спектру размеров ещё нет, тем не менее процесс превращения вихрей в филаменты в конечном итоге должен привести к интегральному перераспределению энергии вихрей от мезомасштаба на субмезомасштаб (прямой энергетический каскад), а уменьшение энергии вихрей при том же процессе вытягивании возвращает энергию в течения (обратный каскад энергии или явление отрицательной вязкости).

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 22-17-00267).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жмур В.В. Мезомасштабные вихри океана. М: ГЕОС, 2011. 384 с.
2. Чаплыгин С.А. Собрание сочинений. Том 2. М: Гостехиздат, 1948. 642 с.
3. Kida S. Motion of an Elliptic Vortex in Uniform shear flow // J.Phys. Soc. Japan. 1981. V. 50. № 10. P. 3517–3520.
4. Жмур В.В., Панкратов К.К. Дальнее взаимодействие ансамбля квазигеострофических эллипсоидальных вихрей. Гамильтонова формулировка // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1990. Т. 26. № 9. С. 972–981.
5. Жмур В.В., Панкратов К.К. Динамика эллипсоидального приповерхностного вихря в неоднородном потоке // Океанология. 1989. Т. 29. № 2. С. 205–211.
6. Жмур В.В., Щепеткин А.Ф. Эволюция эллипсоидального вихря в стратифицированном океане в приближении f-плоскости // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 5. С. 492–503.
7. Pankratov K.K., Zhmur V.V. A dynamics of desingularized quasigeostrophic vortices // Phys. Fluids A. 1991. V. 3. P. 1464.
8. Meacham S.P. Quasigeostrophical ellipsoidal vortices in stratified fluid // Dynamics of Atmospheres and Oceans. 1992. V. 16. № 3–4. P. 189–223.
9. Meacham S.P., Pankratov K.K., Shchepetkin A.F., Zhmur V.V. The interaction of ellipsoidal vortices with background shear flows in a stratified fluid // Dynamics of Atmospheres and Oceans. 1994. V. 21. № 2–3. P. 167–212.
10. Жмур В.В., Новоселова Е.В., Белоненко Т.В. Особенности формирования поля плотности в мезомасштабных вихрях Лофотенской котловины. Часть 2 // Океанология. 2022. Т. 62. № 3. С. 341–356.
11. Жмур В.В., Новоселова Е.В., Белоненко Т.В. Потенциальная завихренность в океане: подходы Эртеля и Россби с оценками для Лофотенского вихря // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 57. № 6. С. 721–732.
12. Zhmur V.V., Novoselova E.V., Belonenko T.V. Peculiarities of Formation the of Density Field in Mesoscale Eddies of the Lofoten Basin: Part 1 // Oceanology. 2021. V. 61. № 6. P. 830–838.
13. Lellouche J.-M., et al. The Copernicus Global  $1/12^\circ$  Oceanic and Sea Ice GLORYS12 Reanalysis // Frontiers in Earth Science. 2021. V. 9. P. 698876.

## DIRECT AND INVERSE ENERGY CASCADE IN THE OCEAN DURING VORTEX ELONGATING

Corresponding Member of the RAS **V. V. Zhmur<sup>a,b,c,#</sup>**, **T. V. Belonenko<sup>c</sup>**, **E. V. Novoselova<sup>c</sup>**, and **B. P. Suetin<sup>b</sup>**

<sup>a</sup>*P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

<sup>b</sup>*Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Moscow, Russian Federation*

<sup>c</sup>*St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russian Federation*

<sup>#</sup>*E-mail: zhmur-vladimir@mail.ru*

When mesoscale vortices interact with the flow, there are three variants of their behavior: rotation, nutational oscillations, and unlimited elongating. This paper describes the physical conditions of vortex transforming into filaments. We estimate the proportion of vortices that are stretching out into filaments in the World Ocean and some regions. Due to the elongation, the vortices redistribute the energy from mesoscale to submesoscale.

*Keywords:* vortex, elongating, vortex thread, filament