

## Денис Артемьевич Владимиров

2 августа 1994 г. после тяжелой, продолжительной болезни скончался Денис Артемьевич Владимиров, один из старейших преподавателей математико-механического факультета, доцент кафедры математического анализа.

Д. А. Владимиров родился 7 февраля 1929 г. в Ленинграде. Всю блокаду он провел в осажденном городе, сполна познав тяготы военного лихолетья (Денис Артемьевич оставил записки о блокаде, содержащие ряд ярких наблюдений и воспоминаний личного характера, а также интересные факты и сведения о быте и реалиях той поры).

В 1950 г. он поступил на математико-механический факультет Ленинградского университета. Окончив его в 1955 г., Денис Артемьевич стал ассистентом кафедры математического анализа. Его научные интересы складывались под влиянием Л. В. Канторовича, Г. П. Акилова и А. Г. Пинскера. Он был видным представителем созданного Л. В. Канторовичем направления в функциональном анализе, основанного на концепции полуупорядоченного пространства.

В круг научных интересов Д. А. Владимиров входили (помимо общей теории полуупорядоченных пространств) пространства измеримых функций, инварианты измеримых функций относительно метрических изоморфизмов их областей задания, свойства интегральных операторов, теория булевых алгебр и теория меры, а также их приложения к общей топологии и теории вероятностей.

Первая публикация Д. А. Владимиров [1] представляла собой маленький шедевр. В ней были решены три трудные проблемы из известной обзорной статьи Канторовича, Вулиха, Пинскера 1951 г. В первой части работы решены (в отрицательном смысле) проблемы (o)-полноты и (\*)-полноты (в оригинале — (t)-полноты) произвольного  $K$ -пространства: Д. А. Владимиров построил искусные примеры не (\*)-полного и не (o)-полного  $K$ -пространств (во втором случае использовалось предположение  $2^{\aleph_0} < \aleph_\omega$ ).

Вторая часть работы связана с теоремой Пинскера (*«если в некотором  $K$ -пространстве верна теорема о диагональной последовательности, то оно регулярно»*). Пинскер при доказательстве этой теоремы использовал гипотезу континуума  $\mathfrak{CH}$ , и было неясно, можно ли без нее обойтись. Д. А. Владимиров показал, что нельзя. Более того, он нашел утверждение теории множеств (теперь известно, что оно независимо в  $ZFC$ ), равносильное теореме Пинскера. На этом основании Денис Артемьевич сделал следующий принципиальный вывод: *«использование теоретико-множественных гипотез в теории ... не есть лишь удобный прием доказательства, но глубоко связано с существом этой теории»*. В то время эта мысль была новой: среди математиков, работы которых не были тесно связаны с логикой, господствовало противоположное мнение (несмотря на теорему Гёделя, многим казалось, что  $\mathfrak{CH}$  вот-вот будет доказана, а, скажем, гипотеза Суслина опровергнута).

Два кардинала, введенные в этой работе Денисом Артемьевичем, широко используются теперь в логике и общей топологии.

Продолжая исследования первой части работы, А. И. Векслер в 1973 г. с помощью СН построил К-пространство, в котором даже порядковые интервалы не (\*)-полны. Вторая часть работы (для частного случая  $X = \mathbb{R}^r$ ) была через 26 лет (!) повторена известным логиком Т. Йехом (совместно с А. Бласом) в Proc. AMS.

Первое свое исследование Д. А. Владимиров выполнил еще в студенческие годы, задолго до появления статьи [1]. Оно было посвящено введенному им понятию усиленно компактного линейного оператора в пространстве измеримых функций. Полученные в этом направлении результаты он опубликовал лишь в 1965–1967 гг. ([6, 8]). Найденные им критерий усиленной компактности в весовом пространстве  $L_g^\infty$ , где  $g$  — элемент данного пространства, был переоткрыт в 1986 г. Шахермайером. Отметим еще следующий важный факт, установленный Д. А. Владимировым: оператор с абстрактной нормой в смысле Канторовича обязан быть интегральным и усиленно компактным. Идеи этих работ Дениса Артемьевича были впоследствии развиты его учеником А. В. Бухваловым.

На протяжении ряда лет Д. А. Владимиров возвращался к задаче о метрическом типе измеримых функций, т.е. о полной системе инвариантов, характеризующих измеримую функцию с точностью до изоморфизма mod 0 пространств с мерой. Для функций, заданных на пространстве Лебега, эту задачу решил В. А. Рохлин в 1957 г. В работе [20] Денис Артемьевич (совместно с А. А. Самородническим) указал класс пространств с мерой, для которых функция распределения является не только одним из инвариантов метрического типа, но и полностью его определяет. В этой же работе введена система инвариантов, позволяющая различать метрические типы на широком классе пространств (вообще говоря, с несепарабельной мерой). В работе [26] (совместно с А. А. Шергиным) дана интересная внутренняя характеристика пространств  $L^p$ .

Центральной темой работ Д. А. Владимиров была теория булевых алгебр (б.а.). Булеву алгебру можно рассматривать как объект логики, алгебры, топологии, теории вероятностей, анализа и теории меры. Дениса Артемьевича она привлекала прежде всего как объект трех последних дисциплин. Теории б.а. посвящен ряд его глубоких исследований.

В цикле работ [3–5] Д. А. Владимиров занимался проблемой нормируемости полной б.а. (б.а. называется нормируемой, если в ней существует строго положительная счетно аддитивная мера), а также проблемой существования такой меры, удовлетворяющей дополнительному условию инвариантности относительно данной группы автоморфизмов б.а. Этими проблемами принципиального характера занимались многие авторы (Д. Магарам, А. Г. Пинскер, Дж. Келли, Э. Хопф, А. Хайан, С. Какутани и др.). Денис Артемьевич в этом направлении получил ряд красивых теорем, из которых вытекают результаты названных авторов.

В 1965 году Д. А. Владимиров на основе этих работ защитил кандидатскую диссертацию (в нее были включены и некоторые другие результаты, в том числе и относящиеся к введенному им классу разложимых б.а.). Защита прошла блестяще. Лишь по формальным причинам ученый совет не смог присудить диссертанту док-

торскую степерь, которой, по мнению многих, диссертация вполне заслуживала.

В 1969 г. Д. А. Владимиров опубликовал монографию «Булевы алгебры». Эта прекрасная книга может служить введением в предмет для математика любой специальности. В то же время, будучи посвящена общей теории б.а., эта монография представляет собою единственное сочинение, в котором теория освещается с точки зрения анализа (и, частично, теории вероятностей). Хотя и традиционный материал изложен в книге достаточно подробно, в центральной своей части она целиком оригинальна. В нее включены в расширенном виде результаты работ автора. Изучаются также внутренние топологии в полных б.а. В частности, установлена единственность топологии, хорошо согласованной с порядком. На алгебраико-топологическом языке классифицируются нормированные б.а. Книга была переведена на немецкий язык и выдержала два издания в Германии.

В работах [16, 18] Д. А. Владимиров обратился к следующей важной и интересной задаче. Пусть  $X$  — нормированная б.а. с мерой  $\mu$ ,  $\{X_t\}$  — система (возможно, бесконечная) алгебраически независимых подалгебр в  $X$ . При каких условиях существует такая счетно-аддитивная мера  $\nu$  в  $X$ , что из условия

$$x_{t_1} \wedge x_{t_2} \wedge \dots \wedge x_{t_n} > 0 \quad (x_{t_i} \in X_{t_i} \text{ и } t_i \neq t_k \text{ при } i \neq k)$$

следует, что

$$\nu(x_{t_1} \wedge x_{t_2} \wedge \dots \wedge x_{t_n}) = \nu(x_{t_1})\nu(x_{t_2})\dots\nu(x_{t_n})?$$

В этом случае говорят, что подалгебры системы  $\{X_t\}$  метрически  $\nu$ -независимы. Если они порождены случайными функциями  $\{f_t\}$ , то последние становятся независимыми при переходе к новой мере. Заметим, что в «хороших» случаях  $\nu$  эквивалентна  $\mu$ . Денис Артемьевич нашел критерий метрической независимости и привел примеры его применения.

В последней (по времени публикации) своей работе Д. А. Владимиров решил очень трудную задачу изоморфной классификации всех пар  $[X, \tilde{X}]$ , где  $X$  — нормированная б.а., а  $\tilde{X}$  — ее правильная подалгебра. Он ввел два инварианта, полностью характеризующие пару (с точностью до изоморфизма). Полученный им результат есть далеко идущее обобщение классификационной теоремы Магарам — Колмогорова.

Незадолго до кончины Денис Артемьевич завершил подготовку второго русского издания своей книги. Оно значительно превосходит первое по объему; в него включены (в значительно расширенном виде) результаты работ [16, 18, 27], много новых результатов о порядковых топологиях, о гомоморфизмах булевых алгебр, а также результаты его учеников И. И. Баженова, А. В. Потепуна, А. А. Самородницкого.

Д. А. Владимиров занимался также приложениями теории б.а. к общей топологии. Работа [12] (совместная с Б. А. Ефимовым) — одна из первых в обширной теории кардинальных инвариантов топологических пространств. В статье [19] (совместно с П. Зенфом, учеником Дениса Артемьевича) доказано, в частности, что правильные подалгебры алгебр открыто-замкнутых множеств компакта в точности совпадают с подалгебрами, порождающими разбиение, непрерывное в смысле

Куратовского. В работе [23] тех же авторов построено новое произведение булевых алгебр, сопоставляющее паре нормированных б.а. *нормированную* б.а. (как известно, обычное произведение может утратить нормированность).

Денис Артемьевич любил работать с молодежью. Под его руководством начали свою научную деятельность около полутора десятков аспирантов. Двое его учеников — А. В. Бухвалов и С. В. Кисляков — стали впоследствии докторами наук.

Выпускники математико-механического факультета нескольких поколений помнят Д. А. Владимирову прежде всего как талантливого преподавателя. Это было делом его жизни, предметом его постоянных размышлений и забот. Ему доводилось преподавать на разных уровнях и в очень разных аудиториях — от спецкурсов и спецсеминаров для будущих математиков-профессионалов до общих курсов — и не только для математиков; от лекций по истории науки и методике преподавания до выступлений перед школьниками. Много сил и времени отдал Денис Артемьевич своим телевизионным лекциям для абитуриентов, которые он вел в течение более 15 лет. Пользу, которую получала многотысячная аудитория его слушателей, трудно переоценить. В течение нескольких лет Денис Артемьевич был деканом факультета повышения квалификации преподавателей математики и читал курсы его слушателям. И на любом из этих уровней, в любой аудитории он преподавал с полной самоотдачей, со свойственной ему ясностью и методической изобретательностью. Своими находками он щедро делился с товарищами по кафедре; многие с благодарностью вспоминают его советы и предложенные им способы изложения. Денис Артемьевич любил непосредственный контакт со студентами и часто говорил, что практические занятия приносят ему не меньшее удовлетворение, чем чтение лекций. Его взгляд на преподавание математического анализа формировался прежде всего как результат его понимания внутренней логики развития предмета. Поэтому ему было свойственно более углубленное, чем обычно, внимание к логическим основам курса и раннее введение общих понятий. При изучении каждой темы он стремился выделить небольшое число главных идей и концентрировать вокруг них изложение всего остального материала.

Д. А. Владимиров был незаурядным человеком, яркой личностью. Он поражал знавших его широтой интересов, редкой эрудицией, остроумием. Книги (самого разнообразного содержания) были для него не только средством времяпрепровождения и источником информации, но и образом жизни. Денис Артемьевич был страстным патриотом Петербурга – Ленинграда. Его библиотека содержала богатую коллекцию старых и новых карт, путеводителей, справочников о городе. Он глубоко знал топографию, историю, топонимию города и его окрестностей. Переселившись на новую квартиру и приглашая на новоселье, он с удовольствием указывал: «Ждем вас в Заячьем Ремизе».

Запавшие с детства в его душу образы города, дополненные страшным потрясением пережитой от первого до последнего дня блокады, слились с его Я, и другим ландшафтам не было места в его душе. Как он гордился тем, что с детства жил на Васильевском острове! Он практически не отлучался из Ленинграда, и мы не знаем случая, чтобы, возвратясь из поездки, он с похвалой отозвался о местах, которые посетил. Воистину, для него был «целый мир – чужбина» ... Большое место в

жизни Дениса Артемьевича занимала классическая музыка, его понимание музыки и суждения о ней поражали удивительной для неспециалиста проницательностью и глубиной. Он понимал и знал живопись (и сам умел хорошо рисовать: многим памятно изящество его чертежей при чтении лекций).

Д. А. Владимирову была свойственна одна особенность, отличавшая его от коллег, которые, как правило, чуждаются философии и бравируют своей неприязнью к ней. Он знал классическую философию (свое высшее образование он начал на философском факультете) и был склонен к общему, философскому взгляду на проблемы, будь то проблемы научные, педагогические, политические, житейские. Может быть, именно по этой причине его суждения о текущих событиях были так остры, отличались меткостью, проницательностью и были свободны от расхожих штампов. Он нередко придавал своим высказываниям афористическую, гиперболизированную, а подчас даже эпатажную форму. Как правило, они основывались на позиции, продуманной глубже и всесторонней, чем у его оппонентов. И даже те, кто не соглашался с некоторыми его оценками, все равно попадали под их влияние и испытывали потребность вновь и вновь с ним общаться.

Мы навсегда сохраним светлую память об этом замечательном человеке.

*А. И. Векслер, С. А. Виноградов, Г. А. Леонов, А. А. Лодкин, Б. М. Макаров, Г. И. Натансон, А. Н. Поджорытов, А. В. Потепун, В. А. Самокиш, А. А. Флоринский, В. П. Хавин.*

#### ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ТРУДЫ Д. А. ВЛАДИМИРОВА

1. О полноте полуупорядоченных пространств // Успехи мат. наук. 1960. Т. 15, 2. С. 165-172.
2. О счетной аддитивности булевой меры // Вестник Ленингр. ун-та. 1961. 19. С. 5-15.
3. О нормируемости булевой алгебры // Докл. АН СССР. 1962. Т. 146, 5. С. 987-990.
4. О существовании инвариантных мер на булевых алгебрах // Докл. АН СССР. 1964. Т. 157, 4. С. 764-766.
5. Инвариантные меры на булевых алгебрах // Мат. сборник. 1965. Т. 67, 3. С. 440-460.
6. К вопросу о полной непрерывности интегральных операторов // Докл. АН СССР. 1965. Т. 161, 1. С. 19-22.
7. Строение полных булевых алгебр Тез. кратких науч. сообщ. Междунар. конгресса математиков. Секция 2. М., 1966. С. 36.
8. О полной непрерывности интегральных операторов // Сиб. мат. журн. 1967. Т. 8, 4. С. 764-781.
9. Борис Захарович Вулих (к пятидесятилетию со дня рождения) // Успехи мат. наук. 1963. Т. 18. вып. 6. С. 242-243 (совместно с Г. П. Акиловым, Л. В. Канторовичем, И. П. Натансоном).
10. Арон Григорьевич Пинскер (к шестидесятилетию со дня рождения) // Успехи мат. наук. 1966. Т. 21, вып. 6. С. 169-170 (совм. с Б. З. Вулихом и Л. В. Канторовичем).

11. Булевы алгебры. М., 1969. 319 С.
12. О мощности экстремально несвязного пространства и полной булевой алгебры // Докл. АН СССР. 1970. Т. 194, 6. С. 1247-1250.
13. Boolesche Algebren. Berlin, 1972.
14. Григорий Яковлевич Лозановский. Некролог // Успехи мат. наук. 1978. Т. 33, вып. 1. С. 199-202 (совм. с А. В. Бухваловым, А. И. Векслером, Б. З. Вулихом, Л. В. Канторовичем, С. М. Лозинским, Е. М. Семеновым).
15. Борис Захарович Вулих. Некролог // Успехи мат. наук. 1979. Т. 34, вып. 4. С. 133-137.
16. О независимости подалгебр и разбиений // Зап. науч. семинаров ЛОМИ. АН СССР. 1979. Т. 85 (исследования по теории вероятностных распределений. IV). С. 30-38.
17. Boolesche Algebren (2. Aufl.). Berlin, 1979.
18. К вопросу о метрической независимости подалгебр и случайных величин // Теория операторов и теория функц. Межвед. сб. ЛГУ. 1. 1983. С. 178-184.
19. Разбиения вполне несвязных компактов // Z. Anal. Anw. 1983. Bd 2, 3. S. 281-286 (совм. с П. Зенфом).
20. Метрическая классификация измеримых функций в несепарабельных пространствах с мерой // Оптимизация. 1986. 37(54). С. 17-27 (совм. с А. А. Самородничкиным).
21. О вкладе А. Г. Пинскера в теорию полуупорядоченных пространств и векторную оптимизацию // Оптимизация. 1986. 37(54). С. 7-12 (совм. с Л. В. Канторовичем, Г. П. Акиловым, А. И. Векслером, М. К. Гавуриным, С. С. Кутателадзе, Г. Ш. Рубинштейном).
22. Арон Григорьевич Пинскер. Некролог // Успехи мат. наук. 1986. Т. 41, вып. 2. С. 177-178 (совм. с А. И. Векслером, М. К. Гавуриным, Л. В. Канторовичем, Е. С. Ляпиным, Д. К. Фаддеевым).
23. Automorphismen auf Produkten boolescher Algebren // Z. Anal. Anw. 1987. Bd 6, 2. S. 175-182 (совм. с П. Зенфом).
24. Работы Л. В. Канторовича по дескриптивной теории множеств и функций // Оптимизация. 1987. 40(57). С. 7-11.
25. Воспоминание о Г. П. Акилове (Ленинград, 50-е – 60-е годы) // Оптимизация. 1990. 48(65). С. 35-40 (совм. с А. И. Векслером, Б. М. Макаровым, В. П. Хавиным).
26. Характеризация пространств  $L^p$  в классе нормированных векторных решеток с помощью группы их изометрических порядковых автоморфизмов // Вестн. ЛГУ. сер 1. 1991. вып. 1. С. 17-20 (совм. с Ю. В. Шергиным).
27. Изоморфные подалгебры вероятностных булевых алгебр // Зап. науч. семинаров ПОМИ РАН. 1992 Т. 194 (Проблемы теории вероятностных распределений). С. 44-47.
28. Булевы алгебры (с точки зрения аналитика). 880 С. Рукопись.