

О ВЛИЯНИИ ВОЗМУЩАЮЩИХ ФАКТОРОВ
НА ПРОЦЕССЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ В ЖИВОЙ ПРИРОДЕ

В.М.Вуре, Б.К.Кирличников (ЛГУ)

Естественные процессы восстановления описываются математиче-

кой моделью, в основе которой лежит аппарат теории восстановления. Считая, что неблагоприятные внешние воздействия на такие процессы проявляются в случайные моменты времени, построим основную характеристику процесса - функцию восстановления - как функцию времени. Подобная задача была поставлена Коксом [1], и им получены предельные значения функции восстановления в некоторых частных случаях.

Пусть $\bar{\zeta}$ - случайная величина, означающая момент внешнего воздействия, в результате которого процесс обрывается, \mathcal{F}_t - σ -алгебра, на которой введена мера для невозмущенного процесса, а $\tilde{\mathcal{F}}_t$ - след σ -алгебры \mathcal{F}_t в множестве $\{w: \bar{\zeta} > t\}$, где соответствующим образом определена мера для обрывающегося процесса восстановления. Тогда функция восстановления $U(t)$ обрывающегося процесса связана с функцией восстановления $H(t)$ невозмущенного процесса соотношением

$$U(t) = \int_0^t P\{\bar{\zeta} > \tau\} dH(\tau).$$

Отсюда для пуассоновского процесса восстановления с параметром λ и $\bar{\zeta} \in Er1(\lambda, n)$ получаем

$$U(t) = \lambda \left[\frac{n}{\lambda} - e^{-\lambda t} \sum_{k=0}^{n-1} (n-k) \frac{\lambda^{k-1} t^k}{k!} \right].$$

В частном случае для $\bar{\zeta} \in Er1(\lambda, 1)$ и произвольного процесса восстановления с плотностью $f(t)$ составляющих его случайных величин можно найти преобразование Лапласа-Стилтьеса $\mathcal{U}^*(s)$ функции $U(t)$

$$\mathcal{U}^*(s) = \frac{f^*(s+\lambda)}{1-f^*(s+\lambda)}.$$

Предельные значения функции $U(t)$, получаемые непосредственно или с помощью тауберовой теоремы для преобразования Лапласа-Стильеса, совпадают с упомянутыми результатами Кокса.

Литература:

I. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. - М., 1967.