

Карельский научный центр  
Российской академии наук  
Институт прикладных  
Математических исследований

# **Математические методы в ЭКОЛОГИИ**

**Тезисы докладов  
Всероссийской научной школы  
Петрозаводск, 10-16 июня 2001 г.**

Петрозаводск

2001

Маклаков К.В. Моделирование механизмов влияния на рост внутри-популяционных контактов и проверка адекватности моделей на примере рыжих полёвок. ....	161
Мясникова С.И., Черкашин А.К. Закономерности пространственного поведения охотничьих животных в нарушенных горно-таежных ландшафтах. ....	166
Реттиева А.Н. Об одной задаче управления популяцией. ....	169
<b>Секция 5. Теоретико-игровые модели и экологический менеджмент. ....</b>	<b>171</b>
Акселевич В.И., Филимонов Р.И. Принципы оценки привлекательности и эффективности проектов, связанных с восстановлением или защитой окружающей среды. ....	172
Васин А.А. Эволюционные игры и экзогенное определение функций полезности. ....	174
Винниченко С.В. Сходимость обучающего алгоритма в играх на сетях	177
Гурман В.И. Эволюция моделей: от экономического роста до инновационного устойчивого развития. ....	179
Захаров В.В., Романюк Л.П. Теоретико-игровые аспекты моделирования процессов экологической интеграции. ....	182
Осолоткина Е.Ю., Печников А.А. Экологический аспект в Internet-моделях муниципального образования. ....	186
Селютин В.В., Бердников С.В., Гладской И.Б. Система поддержки принятия решений для управления речными бассейнами Дона и Кубани. ....	187
Трофимов А.М., Петрова Р.С. Пространственное моделирование территориальных образований. ....	190
Угольницкий Г.А. Теоретико-игровое моделирование методов иерархического управления устойчивым развитием. ....	192
Чумаченко С.И., Коротков В.Н., Паленова М.М. Прогноз динамики лесных насаждений при разных сценариях ведения лесного хозяйства. ....	194
Якушев В.П., Буре В.М. Задача оценки момента времени проведения агротехнических мероприятий. ....	197
<b>Секция 6. Моделирование динамических процессов в биогеоэкологич. ....</b>	<b>201</b>
Арзамасцев А.А. Имитационные модели микробиологических процессов. ....	202
Быховец С.С. Статистическое моделирование характеристик климата почвы. ....	204
Добрынина Н.А., Горчакова Е.Х. Динамика численности зоопланктона р. Хилек. ....	207



# Задача оценки момента времени проведения агротехнических мероприятий

В.П.Якушев, В.М.Буре  
Санкт-Петербург, Агрофизический НИИ РАСХН

При планировании агротехнических мероприятий часто возникает задача оценивания оптимального момента времени проведения того или иного мероприятия [1]. При этом заданы временные границы проведения мероприятий. Как правило, в подобных задачах можно задать ожидаемые потери за единицу времени, связанные с занижением или, наоборот, с завышением оценки оптимального момента времени проведения агротехнического мероприятия. Пусть  $c$  и  $l$  — величины соответствующих потерь.

Предположим, что в качестве оценки момента времени проведения агротехнического мероприятия выбран момент времени  $x \in [a, b]$ , внутри заданного временного интервала  $[a, b]$ . Оптимальный момент времени проведения этого мероприятия  $\tau$  является случайной величиной с известной функцией распределения  $F(t)$ . Реализация случайной величины  $\tau$ , вообще говоря, может не принадлежать промежутку  $[a, b]$ .

При сделанных предположениях потери  $\tilde{Q}(\tau, x)$ , вызванные выбором оценки  $x \in [a, b]$  оптимального момента времени проведения агротехнического мероприятия, в то время как истинное значение оптимального момента времени равно  $\tau$ , зависят от реализации случайной величины и потому сами являются случайными.

Можно показать, что ожидаемые потери (математическое ожидание потерь) составят величину

$$Q(x) = c \int_x^\infty (\min(t, b) - x) dF(t) + l \int_{-\infty}^x (x - \max(t, a)) dF(t),$$

где  $Q(x) = M\tilde{Q}(\tau, x)$ .

Поставим задачу минимизации потерь

$$x^* = \arg \min_{x \in [a, b]} Q(x).$$

Пусть  $x_p$  — решение уравнения:  $F(x_p) = c/(c + l)$ .

**Теорема 1** Если функция распределения  $F(t)$  непрерывна и строго монотонна, то  $x^*$  определяется выражением

$$x^* = \begin{cases} b, & x_p > b, \\ x_p, & a \leq x_p \leq b, \\ a, & x_p < a. \end{cases}$$

Если функция распределения неизвестна, то следует либо построить статистическую оценку функции распределения по имеющимся эмпирическим данным, либо использовать минимаксный подход. Для этого рассмотрим следующую задачу:

$$x^{**} = \arg \inf_{x \in [a, b]} \sup_{F \in \Phi} Q(x, F),$$

где  $\Phi$  — множество всех функций распределения,  $Q(x, F) = Q(x)$ .

**Теорема 2** Решение  $x^{**}$  определяется выражением

$$x^{**} = \frac{c}{(c+l)}b + \frac{l}{(c+l)}a.$$

Отдельно рассмотрим случай, когда функция распределения  $F(t)$  представима в виде конечной смеси распределений  $F_1(t), \dots, F_m(t)$ :

$$F(t) = \sum_{i=1}^m p_i F_i(t),$$

где  $p_i \geq 0, i = 1, \dots, m, \sum_{i=1}^m p_i = 1$ .

Введем определения:

$$x^* = \arg \min_{x \in [a, b]} Q(x, F),$$

$$x_i^* = \arg \min_{x \in [a, b]} Q(x, F_i),$$

$$\tilde{x}^* = x_1^* I\{\nu = 1\} + x_2^* I\{\nu = 2\} + \dots + x_m^* I\{\nu = m\},$$

где  $I\{\nu = i\} = 1$ , если  $\nu = i$  и  $I\{\nu = i\} = 0$ , если  $\nu \neq i$ .

**Теорема 3** Если функции распределения  $F_1(t), \dots, F_m(t)$  непрерывны и строго монотонны, то

$$M\tilde{Q}(\tau, \tilde{x}^*) \leq Q(x^*, F).$$

Из теоремы 3 следует, что в условиях идентифицируемости событий  $\{\nu = i\}$  оптимальное решение  $\tilde{x}^*$  предпочтительнее решения  $x^*$ .

## Литература

- [1] Якушев В.П., Буре В.М. О задаче оптимальной оценки момента времени проведения агротехнических мероприятий.— Современные проблемы опытного дела.(Санкт-Петербург, 6-9 июня 2000 г.): Материалы международной научно-практической конференции.С.-Петербург.: АФИ,РАСХН,т.2,с.139-140.